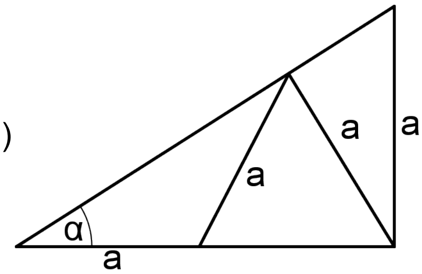
1991 1) **Versicherungsnummer**

Herr Kluge gibt seine Versicherungsnummer folgendermaßen an:
Sie ist fünfstellig, enthält vier ungerade Ziffern und die Null. Jede Ziffer ist größer als die Ziffer, die rechts neben ihr steht. Die Summe der Ziffern beträgt 24.

1991 2) **Gleich lange Strecken**

Überlege, wie groß der Winkel α ist! (Die vier in der Skizze mit a bezeichneten Strecken sind alle gleich lang.)



1991 3) **Schularbeitsnoten**

Julia hatte bei den 18 Schularbeiten in der dritten Klasse eine Durchschnittsnote von ca. 1,28. Ihre schlechteste Note war 5. Wie oft hatte sie die Note 1?

1991 4) **Zwei Rechtecke**

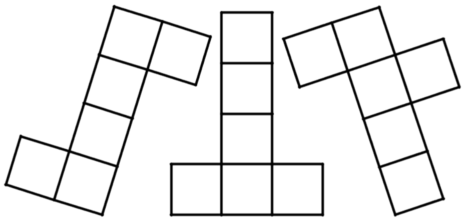
Die Seitenlängen eines Rechtecks verhalten sich wie 3:4. Das gleiche Verhältnis gilt auch für ein zweites Rechteck, dessen Umfang um 10% größer als der des ersten ist. Um wie viel Prozent ist die Fläche des zweiten Rechtecks größer als die des ersten?

1991 5) **Glückszahlmaschine**

Eine Maschine sortiert Lose nach ihrer Glückszahl.
Im ersten Arbeitsgang werden die Lose, deren Glückszahl durch 3 teilbar ist, von den übrigen getrennt. Im zweiten Arbeitsgang wird jeder der beiden Stöße so weiter geteilt, dass jene Lose, deren Glückszahl durch 5 teilbar ist, von den anderen getrennt werden. Im dritten Arbeitsgang werden die bisher entstandenen Stöße nach der Teilbarkeit durch 9 weiter aufgeteilt.
Wie viele Stöße können dabei höchstens entstehen?

1991 6) **Quadernetze**

Das Netz eines Quaders mit den Kantenlängen a=4cm, b=5cm und c=6cm soll so gezeichnet werden, dass sein Umfang möglichst klein wird.



1991 7) **Ziffern vertauschen**

Bei einer dreistelligen Zahl, deren Zehnerziffer 0 ist, wird die erste und die letzte Ziffer vertauscht. Dabei entsteht eine um 792 kleinere Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?

1991 8) **Musikalische Kinder**

In einer Klasse mit 32 Kindern spielen 12 Kinder ein Instrument, 8 davon sind Buben. 60% der Mädchen spielen <u>kein</u> Instrument. Wie viele Mädchen sind in der Klasse?

1991 9) **Stumpfwinkeliges Dreieck**

Die beiden kürzeren Seiten eines stumpfwinkeligen Dreiecks sind 19cm bzw. 91cm lang. Auch die längste Seite hat eine ganzzahlige Länge. Wie lang muss diese längste Seite mindestens sein?

1991 10) **Zahlentrommel**

In einer Trommel befinden sich 1990 Kugeln, die mit den Zahlen von 1 bis 1990 durchnummeriert sind. Eine Zufallsmaschine zieht (ähnlich wie beim Lotto) der Reihe nach Kugeln, und zwar so lang, bis die erste Kugel gezogen wird, deren Zahl durch 19 oder durch 90 teilbar ist. Möglicherweise kann die Maschine ihre Arbeit schon nach dem ersten Zug beenden. Es könnte aber auch lange dauern.
Nach wie vielen Zügen beendet die Maschine spätestens ihre Arbeit?

1992 1) **Essig verdünnen**

Aus einem 459-Liter-Essigfass wird ein Drittel Essig entnommen und das Fass mit Wasser wieder aufgefüllt. Nach gründlichem Umrühren wird wieder ein Drittel der Flüssigkeit entnommen und nochmals mit Wasser aufgefüllt.
Wie viel Wasser ist nun im Fass?

1992 2) **Uhrzeiger**

Wie oft zwischen 8.00 Uhr und 15.00 Uhr bilden die Zeiger einer Uhr einen Winkel von 30°?

1992 3) **Die Kinder der Frau Husch**

Frau Husch wird nach dem Alte ihrer Kinder gefragt. Sie antwortet: "Wenn ich die Altersangaben meiner Kinder auf ganze Jahre runde und addiere, so erhalte ich 16 Jahre. Multipliziere ich diese Zahlen, so kommt 72 heraus."
Fragt man sie, ob zwei ihrer Kinder gleich alt seien, so antwortet sie mit "Nein".
Wie alt ist das älteste Kind von Frau Husch?

1992 4) **Superdivision**

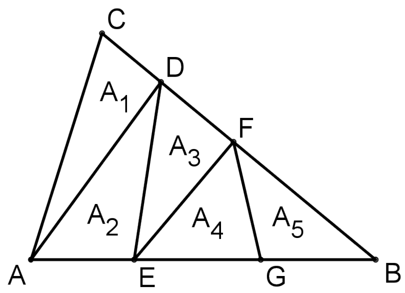
Welche Zahl ist der Quotient in der langen "unvollständigen" Division mit Rest? Jedes Sternchen steht für eine Ziffer. Die unterstrichenen Zahlen sind die Zwischenprodukte, die subtrahiert werden müssen. (Siehe das Musterbeispiel!) Es interessiert uns nur der Quotient (das Ergebnis der Division). Der ist nämlich eindeutig bestimmt, auch wenn es nicht so aussieht.

```
  **** : ** = 8**
 - **
-------
    **
 -  *2
 -------
    ***
 -  ***
   ------
      * Rest
```

So dividieren wir:

```
 1992 : 33 = 60
-198
 ----
   12
  - 0
  ----
   12 Rest
```

1992 5) **Fünf Dreiecke**



Das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = c = 170$mm, $\overline{BC} = a = 330$mm und $\overline{AC} = b = 210$mm wird mit Hilfe des Streckenzugs ADEFG so zerlegt, dass sich fünf Teile mit gleichem Flächeninhalt ergeben.
(Achtung: Skizze <u>nicht</u> maßstabsgetreu!)
Berechne die Länge der Strecke DF!

1992 6) **Primzahlprodukt**

$X = L \cdot E \cdot H \cdot R \cdot E \cdot R$
E, H, L und R sind lauter verschiedene Primzahlen. Wie groß ist X mindestens?

1992 7) **Symmetrische Zahlen**

Die Zahl 57075 ist eine sogenannte "symmetrische Zahl", da sie von links und von rechts gelesen denselben Wert darstellt. Wie heißt die nächst kleinere symmetrische Zahl?

1992 8) **Division mit Rest**

Ermittle die kleinste natürliche Zahl N, die bei der Division durch 5 den Rest 3, bei der Division durch 6 den Rest 4, bei der Division durch 7 den Rest 5 und bei der Division durch 8 den Rest 6 ergibt!

1992 9) **Johanna bastelt**

Johanna schneidet von einer quadratischen Platte die Ecken so weg, dass ein regelmäßiges Achteck entsteht. Dabei hat sie 1089 cm² Abfall. Wie viele cm beträgt die Seitenlänge des Achtecks?

1992 10) **Im Weinkeller**

In einem Weinkeller lagern 4 Weinfässer. Diese Weinfässer enthalten
ohne das 1. Fass insgesamt 1330 Liter, ohne das 2. Fass insgesamt 1350 Liter,
ohne das 3. Fass insgesamt 1400 Liter, ohne das 4. Fass insgesamt 1410 Liter.
Bestimme den Inhalt des zweiten Fasses!

1993 1) **Julias Geburtstage**

Julia ist genau am 20. Geburtstag ihrer Mutter zur Welt gekommen. Sie feiern daher Jahr für Jahr gemeinsam Geburtstag.
Wie oft ist dabei Julias Alter ein Teiler des Alters ihrer Mutter, wenn beide lang genug leben?

1993 2) **Im Eissalon**

Bei einer Befragung in einem Eissalon mussten 510 Personen unter den Eissorten Vanille, Schokolade und Erdbeere die Sorten ankreuzen, die ihnen schmecken. Vanille wurde 350-mal, Schokolade 400-mal und Erdbeere 420-mal angekreuzt.
Mindestens wie viele der Befragten mögen alle drei Eissorten?

1993 3) **Würfelmalerei**

Ein großer Würfel ist aus 9^3 kleinen Würfeln zusammengebaut, d.h. jede Reihe des großen Würfels setzt sich aus 9 kleinen Würfeln zusammen. Dieser zusammengesetzte Würfel wird mit Farbe gestrichen.
Wie viele kleine Würfel haben genau zwei angestrichene Flächen?

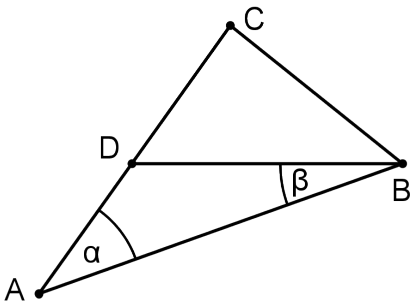
1993 4) **Ziffernprodukt**

Z ist eine zweiziffrige natürliche Zahl, P ist das Produkt der beiden Ziffern von Z.
Z : P = 7 : 3.
Wie groß ist P?

1993 5) **Dreieckswinkel**

Im Dreieck, das nebenan skizziert ist, gilt: $\overline{AB}=\overline{AC}$ und $\overline{BC}=\overline{BD}$ und β = 12°. Wie groß ist α?

(Vorsicht! Ausrechnen, nicht abmessen! Skizze nicht maßstabsgetreu!)



1993 6) **Kaffehausrunde**

Fünf Freunde treffen einander heute im Kaffeehaus. Franz besucht jeden Tag dieses Kaffeehaus, Heinrich jeden dritten Tag, Werner jeden fünften Tag, Gerhard jeden sechsten Tag und Michael jeden achten Tag. Nach wie vielen Tagen gibt es das nächste gemeinsame Wiedersehen im Kaffeehaus?

1993 7) **Pritschelei**

Sebastian schüttet 1Liter Wasser in ein quaderförmiges Glasgefäß, das 12cm lang, 8 cm breit und 15 cm hoch ist. Wie hoch steht das Wasser nachher im Gefäß? (Achtung! Auch bei dieser Frage gibt es keinen Tippfehler. Bitte beantworte ganz einfach die Frage!)

1993 8) **Die längste Kante**

Die Kantenlängen eines Quaders sind ganzzahlig (in cm) und alle verschieden. Die Oberfläche beträgt 68 cm². Wie lang ist die längste Kante?

1993 9) **Brandkatastrophe**

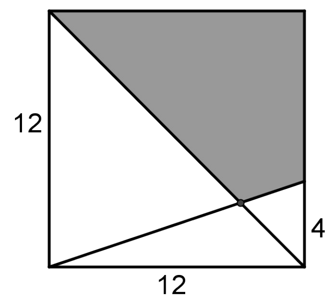
Das Produkt von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen wurde durch eine Brandkatastrophe weitgehend zerstört. Nur drei Ziffern und die Stellenzahl konnten rekonstruiert werden:

1	0					6

Rechne die kleinste der drei aufeinander folgenden Zahlen aus!

1993 10) **Vierecksfläche**

Berechne den Inhalt der dunklen Fläche aus den in der Skizze (in cm) angegebenen Streckenlängen!



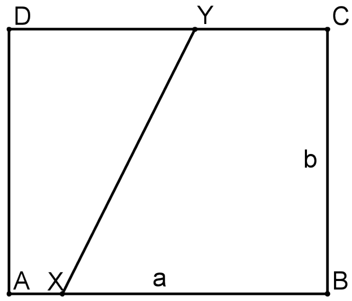
1994 1) **Zylinder aus Holz**

Ein drehzylindrischer Holzsteher hat eine Masse von 16 kg. Welche Masse hat ein um 50% dickerer, aber um 50% kürzerer Steher aus Holz gleicher Dichte?

1994 2) **Trapez**

Das Rechteck ABCD hat die Seitenlängen a=24cm und b=19,94cm. Der Punkt X liegt auf der Seite AB und ist 3 cm von A entfernt. Der Punkt Y liegt auf der Seite CD. Der Flächeninhalt des Vierecks AXYD ist ein Drittel des Flächeninhalts des gegebenen Rechtecks. Wie weit ist Y von D entfernt?

Skizze:

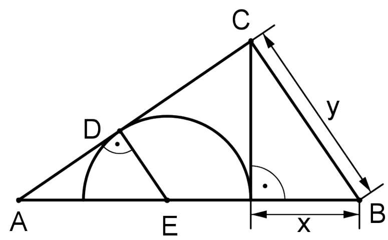


1994 3) **Ziffernsumme des Ziffernprodukts**

Gib die kleinste dreistellige Zahl an, für die gilt:
- a) Das Ziffernprodukt ist nicht 0, endet aber auf 0.
- b) Die Ziffernsumme ist 16.
- c) Die Ziffernsumme des Ziffernprodukts ist 9.

1994 4) **Halbkreis**

Berechne den Radius des angegebenen Halbkreises!
(x = 42mm, y = 70mm)



1994 5) **Ziffern vertauschen**

Eine dreistellige Zahl vergrößert sich um 9, wenn man die Zehner- und die Einerziffer vertauscht, und um 90, wenn man die Hunderter- und die Zehnerziffer vertauscht. Um wie viel vergrößert sich die Zahl, wenn man die Einer- und die Hunderterziffer vertauscht?

1994 6) **Dreieckseiten**

Von einem Dreieck kennt man alle Summen von je zwei Seitenlängen: a + b = 15m, a + c = 20m, b + c = 21m. Wie lang ist die Seite a?

1994 7) **Mengenlehre**

Zur Erinnerung: Unter $A \cap B$ (Durchschnittsmenge von A und B) versteht man die Menge aller Elemente, die sowohl zu A als auch zu B gehören. Unter $A \cup B$ (Vereinigungsmenge von A und B) versteht man die Menge aller Elemente, die in mindestens einer der beiden Mengen vorkommen.
Von zwei Mengen A und B weiß man: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cap B = \{8\}$, $B = \{7, 8, 9\}$. Gib die Summe der Elemente von A an!

1994 8) **Anzahl der Teiler**

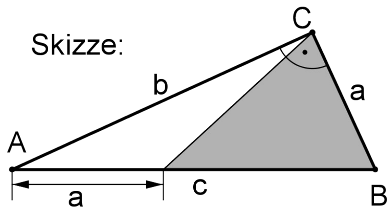
Bestimme die kleinste natürliche Zahl n, die gleich viele Teiler wie n + 24 hat!

1994 9) **Obstsalat**

Herr Vitami kauft Früchte zum Stückpreis von 40 Schilling, 10 Schilling und 1 Schilling. Er bezahlt 259 Schilling für 100 Früchte. Wie viele Früchte der billigsten Sorte hat er gekauft?

1994 10) **Dreiecksfläche**

Wie viel Prozent der Fläche des rechtwinkeligen Dreiecks ABC mit b = 52cm und c = 65cm sind schraffiert?



1995 1) **Bäume pflanzen**

Ein Gärtner hat eine gewisse Anzahl von Bäumen in mehreren Reihen so aufgestellt, dass ein Rechteck ABED entstanden ist. Die Bäume stehen also nicht alle in einer Linie.
Abraham zählt die Bäume auf der Seite AB, Bernhard auf BE, Eduard auf ED und Daniel auf DA. Dann addieren sie ihre Zahlen. Die Summe ist 30.
Nun zählt jeder auf seiner Seite des Rechtecks statt der Bäume die Zwischenräume und dann addieren sie wieder. Welches Ergebnis erhalten sie jetzt?

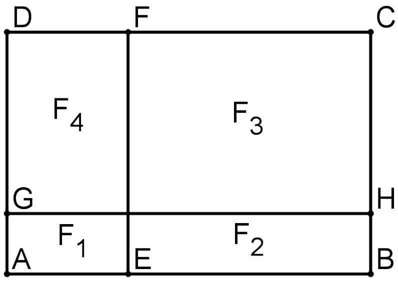
1995 2) **Viereck mit Umkreis**

Bei einem Viereck, das einen Umkreis hat, geht eine Diagonale durch den Mittelpunkt dieses Umkreises. Der kleinste Winkel des Vierecks beträgt 81°. Wie groß ist der größte Winkel des Vierecks?

1995 3) **Summe der Teiler**

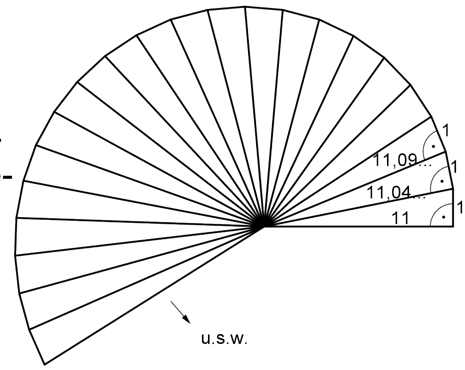
Bestimme von der Zahl $804 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 67$ die Summe aller (positiven) Teiler!

1995 4) **Zerschnittenes Rechteck**



Ein Rechteck ABCD wird in vier Rechtecke mit den Flächeninhalten F_1, F_2, F_3 und F_4 zerschnitten (vgl. Skizze!).
Die Flächeninhalte $F_1 = 143\ cm^2$, $F_2 = 195\ cm^2$ und $F_3 = 255\ cm^2$ sind bekannt.
Berechne den Flächeninhalt F_4!

1995 5) **Schnecke des Pythagoras**

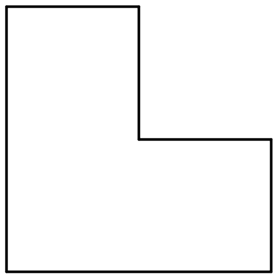


Die Schnecke des Pythagoras (vgl. Skizze) entsteht durch Aneinanderfügen von rechtwinkeligen Dreiecken, die alle eine 1 cm lange Kathete haben und deren andere Kathete mit der Hypotenuse des vorhergehenden Dreiecks zusammenfällt.
Beim ersten Dreieck ist die längere Kathete 11 cm lang.
Beim wievielten Dreieck ist die Hypotenuse 12 cm lang?

1995 6) **Glücksspieler**

Fünf Lottospieler zahlten gemeinsam den Einsatz und teilen nun den Gewinn zu gleichen Teilen. Eine zweite Gruppe, an der ein Spieler mehr beteiligt ist, hat einen Gewinn in gleicher Höhe. Nach dem Teilen erhält jeder Spieler der zweiten Gruppe um 1000 S weniger als jeder Spieler der ersten Gruppe. Wie hoch war der Gewinn einer Gruppe?

1995 7) **Flächenteilung**



Aus einem Quadrat mit 5 cm Seitenlänge wird ein Viertel herausgeschnitten. Die Restfläche (siehe Skizze!) kann in vier Teilflächen zerschnitten werden, die zu ihr ähnlich und untereinander kongruent sind. Berechne den Umfang einer solchen Teilfläche!

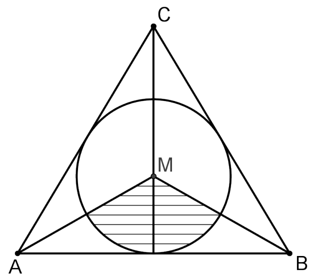
1995 8) **Dreieckseiten**

Das stumpfwinkelige Dreieck ABC hat ganzzahlige Seitenlängen a, b und c. Wie lang muss c mindestens sein, wenn a 17 cm und b 25 cm lang sind?

1995 9) **Demokratie**

Bei der letzten Wahl in Entenhausen stellten sich nur die Parteien A, B und C den Wählern.
30% aller abgegebenen Stimmen entfielen weder auf A noch auf B, 51% weder auf B noch auf C und 41% weder auf C noch auf A.
Wie viel Prozent aller abgegebenen Stimmen waren ungültig?

1995 10) **Inkreissektor**



Von einem gleichschenkeligen Dreieck ABC sind der Eckenwinkel $\gamma = \angle ACB = 72°$ und der Flächeninhalt $F = 120\ cm^2$ des Inkreises bekannt. Berechne den Flächeninhalt des schraffierten Inkreissektors!

1996 1) **Richtig kopieren!**

Wenn ein Kopiergerät zum Beispiel auf „Verkleinerung 90%“ eingestellt ist, wird aus einer 10cm langen Strecke eine 9cm lange Strecke.
Du möchtest nun den Flächeninhalt eines Kreises um 36% verkleinern. Auf wie viel Prozent musst Du den Kopierer einstellen?

1996 2) **Additionen - nicht nur für Genies**

Die Symbole stehen für Zahlen, gleiche Symbole für gleiche Zahlen. Zwei Spaltensummen und eine Zeilensumme sind angegeben.
Welche Zahl muss man für das Fragezeichen einsetzen?

♥	♦	♥	♠	
♣	♠	♥	♦	
♠	♦	♥	♥	
♦	♠	♣	♣	**85**
?	**50**	**48**		

1996 3) **Vergesslichkeit**

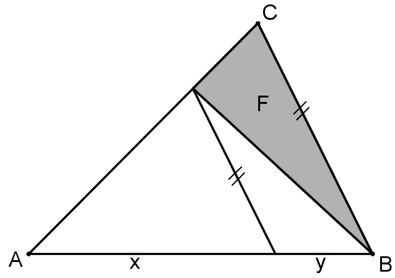
Christoph erhält den Auftrag, alle dreistelligen Zahlen anzuschreiben, bei denen keine Ziffer öfter als einmal vorkommt, und ihre Summe aus zurechnen.
Er vergisst eine Zahl und erhält eine Summe, die um 713 kleiner ist als die richtige Summe. Welche Zahl hat er vergessen?

1996 4) **Hier müsstest Du viele Zahlen zählen!**

Wie viele durch 7 teilbare Zahlen liegen zwischen 111^3 und 113^3?

1996 5) **Dreieck im Dreieck**

Von dem skizzierten Dreieck ABC sind die Streckenlängen $x = 5$ cm und $y = 3$ cm sowie der Flächeninhalt $F = 6\ cm^2$ der markierten Teilfläche gegeben. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!



1996 6) **Lauter Differenzen**

Die Differenz zweier Zahlen ist 25, die Differenz der quadrierten Zahlen ist 2175. Berechne die größere der beiden Zahlen!

1996 7) **Zuckerlgeschäft**

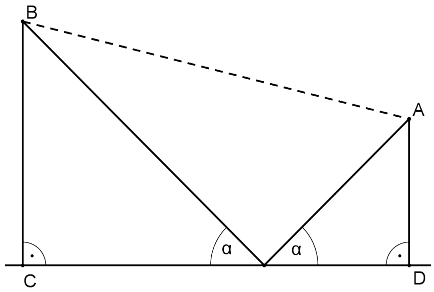
Ein Greißler verkaufte seinen Zuckerlvorrat in fünf Monaten. Wegen des schleppenden Verkaufs reduzierte er den Sackerlpreis in jedem Monat um 3 S und konnte dadurch jeweils um zwei Sackerln mehr verkaufen als im vorangegangenen Monat. Der Sackerlpreis war stets ganzzahlig und höher als der Einkaufspreis von 15 S.
Im dritten Monat betrug der Verkaufserlös 341 S. Wie hoch war er im fünften Monat?

1996 8) **Rechenkönigin**

Helga summiert alle zweiziffrigen Zahlen, die nicht die Ziffern 0, 6 oder 7 enthalten. Welche Summe erhält sie?

1996 9) **Spieglein, Spieglein an der Wand**

Ein vom Punkt A ausgehender Lichtstrahl wird vom Spiegel CD zum Punkt B reflektiert (vgl. Skizze). Er legt dabei einen Weg von 9 m zurück. $\overline{BC} = 5\text{m}, \overline{AD} = 2\text{m}$
Wie lang ist der kürzeste Weg von A nach B?



1996 10) **Schwerpunkt**

Der Schwerpunkt eines rechtwinkeligen Dreiecks hat von einer Kathete 60 cm und von der anderen Kathete 63 cm Abstand. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?

1997 1) **Ausstellungsbesucher**

Bei einer Ausstellung waren von Montag bis Freitag insgesamt 500 Besucher.
Montag, Dienstag und Mittwoch zusammengenommen kamen 320 Besucher.
Dienstag, Mittwoch und Donnerstag zusammengenommen kamen 300 Besucher.
Mittwoch, Donnerstag und Freitag zusammengenommen kamen 265 Besucher.
Wie viele Besucher waren am Mittwoch in der Ausstellung?

1997 2) **Eine spezielle Zahl**

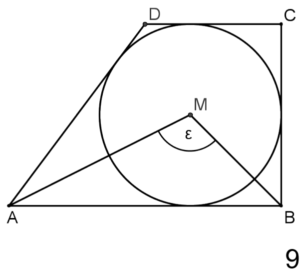
Gesucht wird eine fünfstellige Zahl mit folgender Eigenschaft:
Setzt man die Ziffer 7 links vor diese fünfstellige Zahl, so erhält man eine sechsstellige Zahl - klar. Setzt man die Ziffer 7 jedoch rechts ans Ende der fünfstelligen Zahl, so entsteht wieder eine sechsstellige Zahl, die aber nur ein Fünftel der ersten sechsstelligen Zahl ist.

1997 3) **Nüsse für die 4. A**

Die 4. A einer Wiener Schule hat mehr als 10 Schüler. Nach einer gelungenen Klassenarbeit verteilt die Lehrerin Nüsse an die Kinder: insgesamt 65 an alle Mädchen und 325 an alle Knaben. Sie geht ganz gerecht vor, jedes Kind erhält genau gleich viele Nüsse. Wie viele Kinder gibt es in der Klasse?

1997 4) **Trapez mit Inkreis**

Das skizzierte Trapez ABCD ($\beta = \gamma = 90°$) hat einen Inkreis, von dem der Zentriwinkel $\varepsilon = 101°$ bekannt ist.
Berechne den Winkel δ!

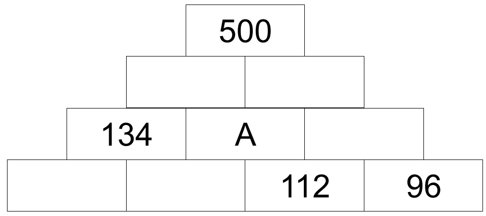


1997 5) **Dividieren mit Rest**

Ermittle die kleinste Zahl über 320, die beim Dividieren durch 5, durch 6 und durch 7 jeweils den Rest 1 ergibt!

1997 6) **Zahlenpyramide**

In der Zahlenpyramide ist jede Zahl die Summe der beiden darunter stehenden Zahlen.
Berechne die Zahl A!



1997 7) **Quadervolumen**

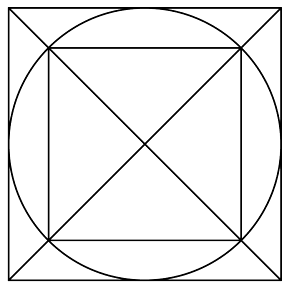
Die Begrenzungsflächen eines Quaders haben die Flächeninhalte 165 cm², 176 cm² und 240 cm². Wie groß ist das Volumen des Quaders?

1997 8) **Am Bauernhof**

Bergbauer Loisl stellt fest: Ein Fünftel meiner Tiere sind Schafe, einige Siebentel meiner Tiere sind Kühe und drei meiner Tiere sind Ziegen.
Wie viele Tiere hat er insgesamt?

1997 9) **Der Kreis zwischen den Quadraten**

Der Flächeninhalt des großen Quadrats ist um 32 cm^2 größer als der des kleinen Quadrats.
Berechne die Seitenlänge des großen Quadrats!



1997 10) **Zahlen geordnet!**

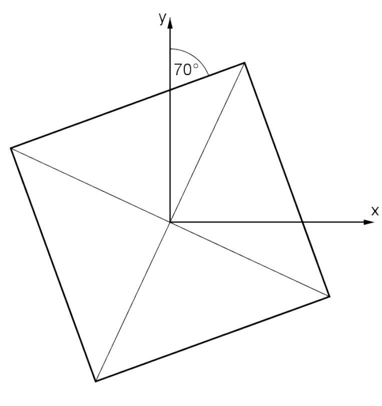
Die Summe von zehn Zahlen ist 202. Ordnet man die Zahlen der Größe nach, so ist der Unterschied zwischen zwei aufeinander folgenden Zahlen 2 oder 3.
Die kleinste Zahl ist 11.
Wie lautet die größte Zahl?

1998 1) **Teiler einer großen Zahl**

Anna ordnet die Teiler der Zahl 3 429 726 nach ihrer Größe, beginnend mit der größten Zahl. Welche ist die dritte Zahl in dieser Reihe?

1998 2) **Das gedrehte Quadrat**

Das skizzierte Quadrat hat eine Seitenlänge von 10 cm.
Berechne den Inhalt jener Teilfläche, die sich im 1. Quadranten des Koordinatensystems befindet!



1998 3) **Viele Zahlen mit vielen Einsern**

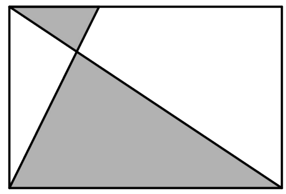
Denke dir alle ganzen Zahlen von 0 bis 600 der Reihe nach aufgeschrieben. Wie oft kommt dabei die Ziffer 1 vor?

1998 4) **Wohnungsmiete**

1997 gab Herr Mieter 35% seines Gehalts für die Wohnungsmiete aus. 1998 wird sein Gehalt um 5% und die Miete um 2% erhöht. Wie viel % seines Gehalts entfallen jetzt auf die Miete?

1998 5) **Dreiecke im Rechteck**

Die kürzere Seite des skizzierten Rechtecks ist 14 cm lang. Die Flächeninhalte der grauen Dreiecke sind 100 cm^2 bzw. 16 cm^2 groß. Wie lang ist die längere Seite des Rechtecks?



1998 6) **Viele Nullen**

Alexander subtrahiert 1 von der Zahl 10^{48} und dividiert das Ergebnis durch 99. Die Zahl, die er erhält, hat viele Nullen. Wie viele?

1998 7) **Schlaf gut!**

Um 1.10 Uhr, also wenn du hoffentlich gut schläfst, schließen der Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr einen ganz bestimmten (spitzen oder stumpfen) Winkel ein. Wie groß ist er?

1998 8) **Internet**

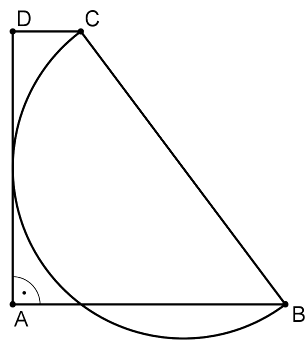
Im Internet habe ich folgende Bemerkung gefunden:
„Die achtstellige Zahl 50223~#6 ist heuer besonders interessant: Sie ist durch 19, durch 98 und durch 1998 teilbar.“
Leider sind bei der weltweiten Datenübertragung zwei Ziffern durch die Zeichen ~ und # ersetzt worden. Welche Zahl müsstest du statt ~# schreiben?

1998 9) **Eine fürchterlich große Zahl**

Die Zahl $1998^{101}+1$ übersteigt die menschliche Vorstellungskraft bei weitem - die Anzahl der Atome im beobachtbaren Universum ist im Vergleich dazu äußerst gering. Wie lautet die Einerziffer dieses Zahlenmonsters ?

1998 10) **Ein merkwürdiges Trapez**

Gegeben ist ein Trapez ABCD, dessen Seiten AB und AD zueinander normal sind. Der Halbkreis mit dem Durchmesser BC berührt AD.
Berechne den Flächeninhalt des Trapezes ABCD, wenn die Schenkellängen $\overline{BC}$ =8cm und $\overline{AD}$ =7cm gegeben sind!

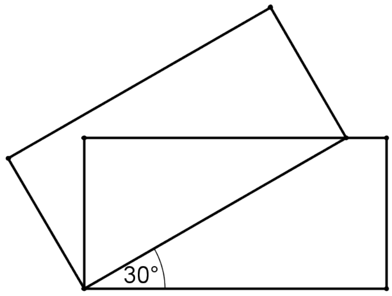


1999 1) **Osterreise**

Nach einer Beschwerde bekommen alle 101 Teilnehmer einer Osterreise gleich viel Geld zurück. Der Veranstalter hat die Unterlagen verlegt und kann sich nur mehr erinnern, dass der gesamte zurückzuzahlende Betrag zwischen 15000 und 90000 Schilling lag und zufällig eine Quadratzahl war, die sich bei der Aufteilung auf die 101 Teilnehmer restlos ausging. Wie viel bekommt jeder Teilnehmer zurück?
(Hinweis: Eine Quadratzahl ist das Quadrat einer ganzen Zahl.)

1999 2) **Das gedrehte Rechteck**

Ein bestimmtes Rechteck mit dem Flächeninhalt 242 cm^2 kann in der in der Skizze angegebenen Weise gedreht werden. Wie lang ist seine kürzere Seite?

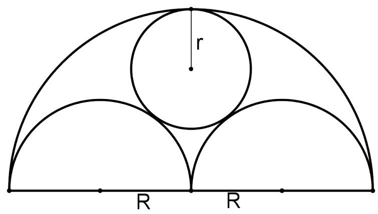


1999 3) **Schokoladehasen**

Ein Süßwarenhändler wollte zu Ostern 120 Hasen zu je 50 S verkaufen. Einige blieben ihm über. Sie alle zusammen verkaufte er nach Ostern um insgesamt 2196 S an eine Schokoladenfabrik. Der reduzierte Preis pro Hase war eine ganze Zahl. Welchen Preis musste die Fabrik für jeden Hasen bezahlen?

1999 4) **Halb- und Vollkreise**

Der Radius R der beiden Halbkreise beträgt jeweils 36 cm. Berechne den Radius r des kleinen Vollkreises!

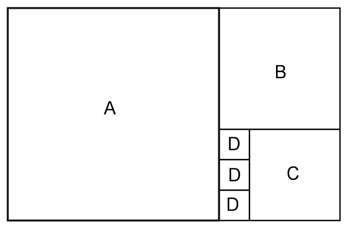


1999 5) **Körpergrößen**

Der Mittelwert der Größen aller Schüler einer Klasse beträgt 170,5 cm. Nachdem ein 186 cm großer Schüler dieser Klasse ausgetreten ist, beträgt dieser Mittelwert nur mehr 170 cm. Wie viele Schüler waren ursprünglich in der Klasse?

1999 6) **Sechs Quadrate**

Ein Rechteck besteht aus sechs Quadraten, die so angeordnet sind, wie es die Zeichnung zeigt. Die Gesamtfläche des Rechtecks ist 308 cm^2. Wie groß ist der Flächeninhalt von C?



1999 7) **Zauberquadrat**

Im angegebenen Zahlenquadrat gibt es viele unbekannte Zahlen. Addiert man die fünf Zahlen der ersten Zeile, so erhält man 1999. Dieselbe Summe erhält man für die zweite, dritte und vierte Zeile sowie für die erste, zweite, dritte und vierte Spalte. Welche Zahl steht links unten?

				8
				9
				7
				8
?	1	9	9	9

1999 8) **Familieneinkauf**

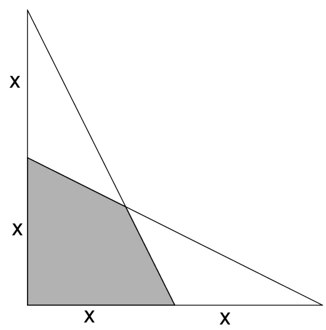
Die Familie Apfl, bestehend aus Vater, Mutter, Tochter und Sohn, ging gemeinsam einkaufen. Der Vater gab um 1000 S weniger aus als die beiden weiblichen Familienmitglieder zusammen. Ein weibliches Familienmitglied gab um 100 S mehr aus, als das älteste Familienmitglied. Die beiden männlichen Familienmitglieder gaben zusammen so viel aus wie die beiden weiblichen. Insgesamt gab Familie Apfl 3400 S aus. Das älteste Familienmitglied hat nicht am wenigsten ausgegeben. Wie viel hat die Tochter ausgegeben?

1999 9) **Zahlenrätsel**

Das Produkt $a \cdot b$ der zwei natürlichen Zahlen a und b ist 4256. Die Einerziffer der Summe a + b ist 3. Wie groß ist die Summe a + b?

1999 10) **Ein interessantes Viereck**

Berechne den Flächeninhalt des markierten Vierecks, wenn x = 3 cm ist!



2000 1) **Der große Konferenztisch**

Die Sitzplätze an einem großen, kreisrunden Konferenztisch sind so angeordnet, dass jeweils zwei Teilnehmer einander genau gegenüber sitzen. Weiters sind die Plätze reihum - beginnend mit der Nummer 1 – durchnummeriert.
Wie viele Personen können an dem Tisch Platz nehmen, wenn der Platz mit der Nummer 23 dem Platz mit der Nummer 67 genau gegenüber liegt?

2000 2) **Annas Zahlen**

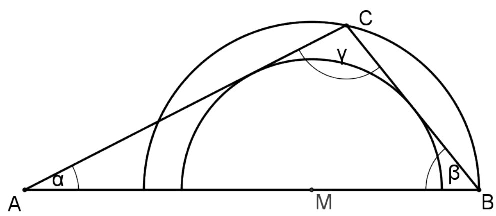
Anna hat sich vier natürliche Zahlen ausgedacht und diese Zahlen sowie alle möglichen Summen von zwei dieser Zahlen der Größe nach geordnet in einer Menge angeschrieben:
{13, 15, 28, 29, 42, 44, 57, 59, 73}
Kannst du die Summe von Annas vier Zahlen ausrechnen?

2000 3) **Schweine und andere Tiere**

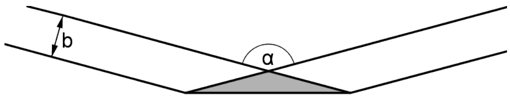
Zwei Ziegen und ein Schwein wiegen so viel wie 120 Hühner. Außerdem wiegen 63 Hühner und eine Ziege so viel wie ein Schwein. Wie viele Hühner wiegen soviel wie ein Schwein?

2000 4) **Konzentrische Halbkreise**

Wie groß ist der Winkel a in dem skizzierten Dreieck, wenn der Winkel γ = 102° beträgt?

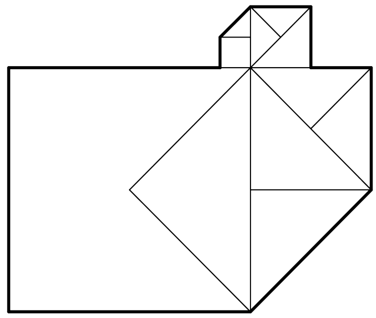


2000 5) **Der gefaltete Papierstreifen**



Ein Papierstreifen mit der Breite b = 72 mm wird so gefaltet, dass der in der Zeichnung eingezeichnete Winkel a = 150° beträgt.
Wie groß ist die Fläche, die vom Papier doppelt überdeckt wird?

2000 6) **Ein Fliesenmuster**



Das kleinste Quadrat in der Figur nebenan hat 4 cm² Flächeninhalt.
Wie groß ist der Flächeninhalt der gesamten Figur?

2000 7) **Anton und Antonia kommen zu spät**

Anton und Antonia stellen ihre Uhren auf dieselbe Zeit ein. Antonias Uhr geht um zwei Minuten pro Stunde nach, Antons Uhr geht um eine Minute pro Stunde vor. Am nächsten Tag treffen die beiden beim Schultor zusammen. Antonias Uhr zeigt 7.41 Uhr an, während es bei Anton bereits 8.14 Uhr ist. Um wie viele Minuten kommen sie zu spät zum Unterricht, der um 8.00 Uhr beginnt?

2000 8) **Der Sack mit den bunten Kugeln**

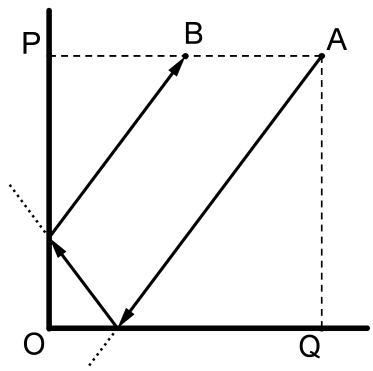
In einem Sack befinden sich 100 Kugeln; 97% davon sind rot. Wie viele rote Kugeln muss man aus dem Sack herausnehmen, damit dann noch 96% der Kugeln im Sack rot sind?

2000 9) **Ziffernrätsel**

Bei der folgenden Rechnung stehen in den zehn Kästchen zehn verschiedene Ziffern. Schreib die stark umrandete Zahl als Lösung an!

$$\boxed{}\boxed{} + \boxed{2}\boxed{6} \times \boxed{}\boxed{} = \boxed{1}\boxed{0}\boxed{4}\boxed{7}$$

2000 10) **Zweimal gespiegelt**



In der Skizze ist der Weg eines Lichtstrahls von A nach B eingezeichnet. Das Quadrat OQAP hat die Seitenlänge 10 cm, der Punkt B halbiert die Strecke PA.
Wie lang ist der Weg des Lichtstrahls?

2001 1) **Die Verpackung der Ostereier**

Dem Osterhasen sind heuer noch 275 bunte Eier übrig geblieben, die er in vollen Kartons zu je 12 oder 9 oder 8 Eiern verpacken will.
Wie viele Kartons braucht er dazu, wenn deren Anzahl so klein wie möglich sein soll?

2001 2) **Wie alt ist die Lehrerin?**

Vier Schüler reden über das Alter der Lehrerin. Einer schätzt sie auf 39 Jahre, die anderen auf 24, 27 und 31 Jahre. Keiner von ihnen hat das richtige Alter erraten. Einer hat sich um 1 Jahr, ein anderer um 3 Jahre, ein dritter um 6 Jahre und ein vierter um 9 Jahre geirrt.
Wie alt ist die Lehrerin?

2001 3) **Der Lattenzaun**

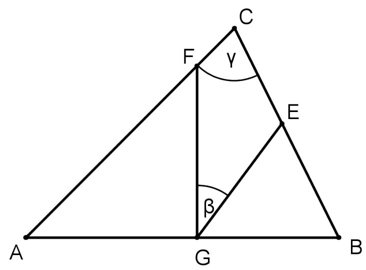
Ein Lattenzaun besteht aus 24 Latten mit einer Breite von je 96 mm; die Zwischenräume sind gleich breit wie die Latten. Wenn wir nun einen gleich langen Lattenzaun mit 25 derartigen Latten (Breite wieder 96 mm) machen würden, wie breit wären dann die unter einander gleich breiten Zwischenräume?

2001 4) **Annas Würfelspiel**

Anna würfelt 2002 mal und notiert die gewürfelten Augenzahlen. Dann betrachtet sie die notierten Zahlen und stellt etwas Eigenartiges fest: Drei aufeinander folgende Würfe haben immer drei verschiedene Augenzahlen geliefert.
Wie groß kann die Summe der gewürfelten Augenzahlen höchstens sein?

2001 5) **Winkel im Dreieck**

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\gamma = 64°$. Die Punkte E, F und G liegen auf den Seiten des Dreiecks, und es gilt:
$\overline{AG}=\overline{FG}$, $\overline{BG}=\overline{EG}$.
Ermittle den Winkel β!



2001 6) **Reifenwechsel**

Anton und Maria planen eine 5100 km lange Autoreise. Sie nehmen 6 Autoreifen mit und planen, die Reifen so zu wechseln, dass alle gleich lang gefahren werden.
Wie viele Kilometer ist jeder dieser sechs Reifen bei dieser Reise im "Einsatz", d.h. auf einem der vier Räder des Autos montiert?

2001 7) **Preissprünge**

Der Preis eines TV-Gerätes wurde zweimal um je 25% (bezogen auf den jeweils gültigen Preis) erhöht und anschließend um 50% verbilligt. Zuletzt betrug der Preis 700 Schilling weniger als der ursprüngliche Preis.
Wie teuer war das Gerät ursprünglich?

2001 8) **Das Dreieck im Kreis**

Der Kreis k hat den Radius 88 mm. Wie groß kann der Flächeninhalt eines Dreiecks, von dem ein Eckpunkt der Mittelpunkt von k ist und die anderen beiden auf k liegen, höchstens sein?

2001 9) **Die tolle Division**

Prof. Matthias Mathe denkt sich für die erste Klasse eine Division mit ganzen Zahlen aus, bei der der Quotient genau so groß wie der Rest ist. Der Dividend beträgt 323. Der Quotient ist größer als 1. Gib den Divisor an!

2001 10) **Schlafen im Bus**

Herr Burger hat jeden Morgen einen 120 km langen Weg mit dem Bus zu seinem Arbeitsplatz zurückzulegen. Gelegentlich schläft er im Bus ein. Gestern ist er bereits eingeschlafen, als er noch die dreifache der bereits gefahrenen Strecke zurücklegen musste. Er wurde aber durch Schulkinder in der Mitte der gesamten Strecke geweckt und konnte erst wieder einschlafen, als er noch ein Fünftel der bereits gefahrenen Strecke zurücklegen musste.
Wie viele Kilometer hat er verschlafen?

2002 1) **Das riesengroße Sechseck**

Ein regelmäßiges Sechseck mit dem gewaltig großen Flächeninhalt von 1 000 000 000 000 000 km^2 soll noch vergrößert werden: Der neue Umfang soll um 102 mm größer sein als der alte. Um wie viel mm ist der neue Umkreisradius größer als der alte?

2002 2) **Lauter Einser**

Eine 98-stellige Zahl, die aus 98 Einsern besteht, ist durch 3 zu dividieren. Wie lautet die Einerziffer des Quotienten?

2002 3) **Xandi kauft Ostereier**

Xandi gibt sein ganzes Geld aus und bekommt dafür 40 Ostereier. Wie viele Eier würde er für dieses Geld bekommen, wenn sie um 20% billiger wären?

2002 4) **Karlis Zahlen**

Karli schreibt einige Zahlen nebeneinander. Die erste Zahl hat er sich selber ausgesucht. Die zweite ist um 32 kleiner als das Doppelte der ersten Zahl, die dritte ist um 32 kleiner als das Doppelte der zweiten Zahl u.s.w. Die fünfte Zahl ist 6-mal so groß wie die erste. Mit welcher Zahl hat er begonnen?

2002 5) **Die Höhe im Trapez**

Ein Trapez ABCD hat den Flächeninhalt $45cm^2$. Verlängert man die Schenkel BC und AD, so entsteht ein Dreieck DCE. Dieses Dreieck hat den Flächeninhalt 4 cm^2. Die durch E verlaufende Höhe des Dreiecks ABE beträgt 14 cm. Berechne die Höhe des Trapezes!

2002 6) Anzahl der Ecken gesucht!

In einem regelmäßigen n-Eck werden drei benachbarte Eckpunkte A, B und C verbunden. Das so entstehende Dreieck hat im Eckpunkt A den Winkel 20°. Wie viele Eckpunkte hat das n-Eck?

2002 7) Xanthippes Lieblingszahl

Xanthippes Lieblingszahl hat drei Ziffern und noch folgende Eigenschaften:

- Die Einerziffer ist größer als 0 und fünfmal so groß wie die Zehnerziffer.
- Vertauscht man die Einer- und die Hunderterziffer, so wird die Zahl um 99 größer.

2002 8) Ein Zauberquadrat der anderen Art

In unserem „magischen Quadrat“ werden die Zahlen nicht addiert sondern multipliziert. Die Produkte der Zahlen in den Zeilen, Spalten und Diagonalen sind gleich.
Berechne die Zahl im stark umrandeten Feld!

	36	2
	6	

2002 9) Das Quadrat und der Kreis

Das Quadrat ABCD hat den Umfang 88 cm. Der Punkt X liegt auf einer Quadratseite und ist der Mittelpunkt eines Kreises, dessen Radius so groß ist wie die Seitenlänge des Quadrats. U, V und W sind die Punkte der anderen Quadratseiten, die auf dem Kreis liegen. Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks UVWX?

2002 10) Fußballturnier

Bei einem Turnier von sechs Fußballmannschaften hat jede Mannschaft gegen jede andere genau einmal gespielt. In der Abschlusstabelle hat die Mannschaft A 11 Punkte, B 8 Punkte, C 4 Punkte, D 4 Punkte, E 4 Punkte und F 4 Punkte.
(In einem solchen Turnier bekommt jede Mannschaft für einen Sieg 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für eine Niederlage 0 Punkte.)
Wie viele Partien endeten unentschieden?

2003 1) Geschichtsforschung

Gesucht wird die kleinste Jahreszahl des 16. Jahrhunderts, die durch 15 teilbar ist und deren Ziffernsumme auch durch 15 teilbar ist.
Anmerkung: Das 16. Jahrhundert dauerte von 1501 bis 1600.

2003 2) Amelies Bausteine

Amelie hat in ihrem Holzbaukasten Würfel, Pyramiden, Kegel und Zylinder. Die Bausteine sind gleich schwer. Mit Hilfe einer Balkenwaage stellt sie fest, dass

o ein Zylinder so schwer ist wie ein Kegel und eine Pyramide zusammen,
o ein Zylinder und ein Kegel zusammen so schwer sind wie ein Würfel,
o zwei Würfel so schwer sind wie drei Pyramiden.

Wie viele Kegel sind so schwer wie ein Zylinder?

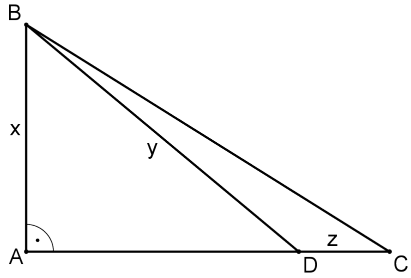
2003 3) Krafttraining

Ein Sportler hat 3000 Krafteinheiten in seinen Muskeln zur Verfügung. Für jeden Klimmzug braucht er 10% seiner aktuellen Kraft, mindestens aber 170 Krafteinheiten. Wie viele vollständige Klimmzüge kann er machen?

2003 4) **Eine lange Zahl**

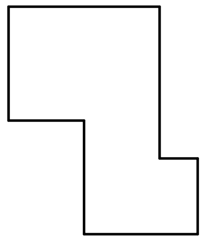
Wenn du $\frac{4}{9}$ von $1000 \cdot 2000 \cdot 3000 \cdot 4000 \cdot 5000 \cdot 6000$ berechnest, erhältst du eine lange Zahl. Wie lautet die Zahl, die aus den beiden am linken Ende dieser langen Zahl stehenden Ziffern gebildet wird?

2003 5) **Zwei Dreiecke**



X = 18 cm, y = 30 cm, z = 9 cm.
Wie groß ist die Differenz der Flächeninhalte der rechtwinkeligen Dreiecke ABC und ABD?

2003 6) **Der Umfang der Platte**



Aus einer quadratischen Platte mit 169 cm^2 Flächeninhalt werden – wie in der Abbildung dargestellt – zwei Rechtecke herausgeschnitten.
Welchen Umfang hat diese Fläche?

2003 7) **99 Kärtchen**

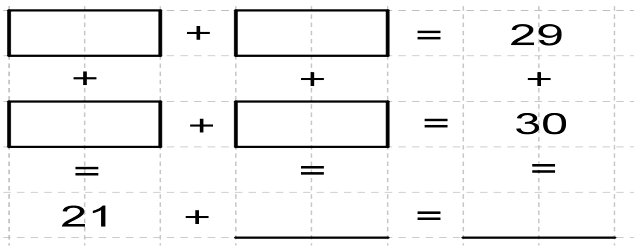
Amadeus hat auf 99 Kärtchen die Zahlen von 2 bis 100 geschrieben. Er hat sich eine besonders coole Reihenfolge dafür ausgedacht: Zuerst kommen - in der natürlichen Reihenfolge - die Kärtchen mit den durch 2 teilbaren Zahlen, von den übrig gebliebenen dann ebenso die Kärtchen mit den durch 3 teilbaren Zahlen, von den übrig gebliebenen dann ebenso die Kärtchen mit den durch 5 teilbaren Zahlen und so weiter.
Wie viele Kärtchen liegen zwischen dem mit der Zahl 50 und dem mit der Zahl 55?

2003 8) **Torten backen**

Ein Zuckerbäcker stellt aus Schokomasse eine kleinere und eine größere Torte her. Beide Torten sind gleich hoch. Der Durchmesser der größeren Torte ist um die Hälfte größer als der Durchmesser der kleineren Torte. Die kleinere Torte wird in 8 gleich große Stücke geteilt. In wie viele Stücke muss die größere Torte geteilt werden, damit jedes Stück der größeren Torte genau so schwer ist wie ein Stück der kleineren Torte?

2003 9) **Kästchenmathematik**

Die Zahlen in den Kästchen kann man ergänzen, wenn man weiß, dass keine Zahl größer als 19 ist. Rechne die kleinste der vier Zahlen aus!

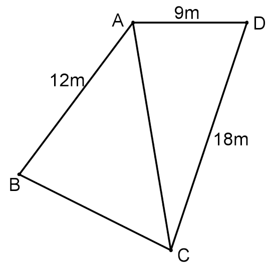


2003 10) **Gleichschenkeliges Dreieck**

In einem gleichschenkeligen Dreieck mit der Spitze C schneidet die Winkelsymmetrale von α die Seite BC im Punkt D. Weiters gilt: $\angle BDA=87°$. Wie groß ist der Winkel γ?

2004 1) **Zwei Dreiecke**

Die Dreiecke ABC und ACD haben den gleichen Umfang.
Wie lang ist die Strecke BC ?



2004 2) **Vier Zahlen gesucht**

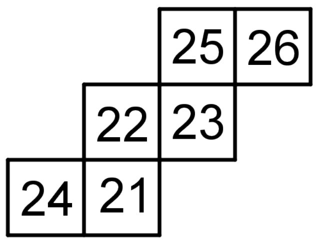
e, h, n und z sind natürliche Zahlen, für die gilt: $0 < e < h < n < z$ und $z \cdot e + h \cdot n = 10$.
Berechne $e \cdot h \cdot n + z$!

2004 3) **Birgits seltsame Rechnung**

Birgit nimmt eine Zahl und macht damit 20mal hintereinander dasselbe: Sie addiert immer die Zahl 5 und dividiert das Ergebnis immer durch die Zahl 2. Das Endergebnis beträgt 5.
Wie lautet die Anfangszahl?

2004 4) **Würfel mit Zahlen**

Die abgebildete Figur könnte man ausschneiden und zu einem Würfel falten.
Bestimme die größtmögliche Summe der Zahlen gegenüberliegender Seitenflächen dieses Würfels!



2004 5) **Rätselzahl**

Eva hat sich eine Zahl ausgedacht, die folgende Eigenschaften hat:
- Das Zwölffache der gesuchten Zahl liegt zwischen 50 und 90.
- Die gesuchte Zahl ist eine natürliche Zahl, deren Quadrat zwischen 120 und 170 liegt.
- Die gesuchte Zahl ist eine ganze Zahl, die durch 4 teilbar ist.
- Die gesuchte Zahl ist das Quadrat einer ungeraden ganzen Zahl.

Kannst du die Zahl erraten, wenn du weißt, dass von den vier aufgezählten Eigenschaften nur zwei wahr, die anderen beiden aber falsch sind?

2004 6) **Einfach nur rechnen!**

„Halbiere das Neunfache vom Vierfachen des fünften Teils eines Achtundvierzigstels vom Zwanzigfachen von 210“, sagt der Lehrer. Welche Zahl erhältst du?

2004 7) **Viereckumfang**

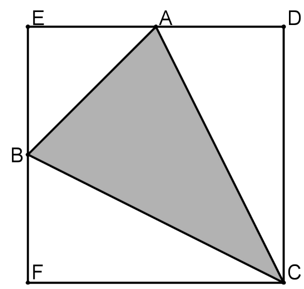
In einem Viereck werden auf alle möglichen Arten die Längen zweier Seiten addiert: Man erhält 23, 25, 26, 28, 29 und 31cm. Berechne den Umfang des Vierecks!

2004 8) **Adams Freunde**

Adam, Bert, Carl und Detlef haben Briefpartner, jeder eine andere Anzahl.
Adam und Carl haben zusammen 23. Bert und Carl haben zusammen 13. Ebenso viele haben Adam und Detlef gemeinsam. Aber Adam und Bert haben zusammen mehr als 13.
Wie viele hat Carl?

2004 9) **Dreieck im Quadrat**

Das Viereck CDEF ist ein Quadrat. Die Punkte A und B halbieren die Seiten DE und EF. Die Strecke AB ist 12 cm lang.
Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC?



2004 10) **Osterhasen**

Peter, Rudi und Christine kaufen zusammen 14 gleiche Osterhasen. Peter bezahlt zunächst 9 Stück, Rudi 3 Stück und Christine 2 Stück. Zu Hause beschließen sie, sich die Kosten für alle Osterhasen gleich aufzuteilen.
Christine rechnet sich ihren Anteil aus und gibt Peter 8 Euro.
Wie viel bekommt Peter von Rudi?

2005 1) **Wanted: Vierstellige Zahl**

Der größte gemeinsame Teiler von a und b ist 211; a ist eine vierstellige Zahl.
Wie groß muss a mindestens sein?

2005 2) **Gut aufgelegt**

Andi hat 65 kleine Kärtchen, auf denen die Zahlen von 11 bis 75 stehen. Er legt 64 davon so auf die 64 Felder eines Schachbrettes, dass auf den 32 weißen Feldern nur gerade und auf den 32 schwarzen Feldern nur ungerade Zahlen liegen. Dann bemerkt er, dass die Summe aller Zahlen auf den weißen Feldern genauso groß wie die Summe aller Zahlen auf den schwarzen Feldern ist. Welches Kärtchen hat er nicht aufgelegt?

2005 3) **Aus eins mach drei**

Ein Vieleck hat den Umfang U=278cm. Zwei Diagonalen, die keinen Schnittpunkt haben, sind gleich lang. Sie teilen das Vieleck in drei kleinere Vielecke mit den Umfängen U_1=101cm, U_2=102cm und U_3=103cm.
Wie lang ist eine solche Diagonale?

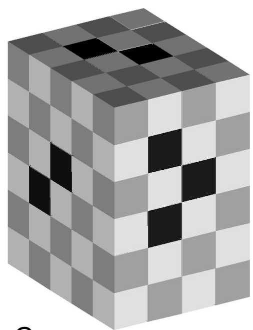
2005 4) **Denksportquadrat**

1	6	
3		

In das Denksportquadrat sind die Zahlen 2, 4, 5, 8, 9, 10 so einzusetzen, dass die Summe der Zahlen in jeder Zeile gleich groß ist und für die Summe der Spalten gilt: Die Summe der Zahlen in der zweiten Spalte ist doppelt so groß wie die Summe der Zahlen in der ersten Spalte, und die Summe der Zahlen in der dritten Spalte ist dreimal so groß wie die Summe der Zahlen in der ersten Spalte. Welche Zahl steht im Kästchen rechts unten?

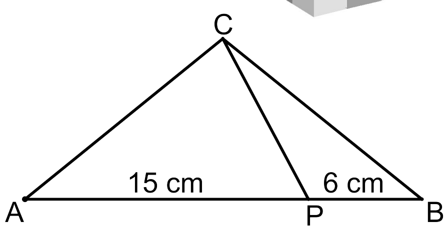
2005 5) **Schwarze Würfel raus**

Ein Quader (4 × 5 × 6) ist aus 120 kleinen 1 × 1 × 1-Würfeln zusammengesetzt.
Drücke auf die schwarzen Stellen und entferne so ganze „Würfelstangen“, die parallel zu Quaderkanten liegen.
Wie viele Würfel hast du entfernt?



2005 6) **Dreiecksflächen**

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt 504cm².
Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks PBC?



2005 7) **Graziellas Zahl**

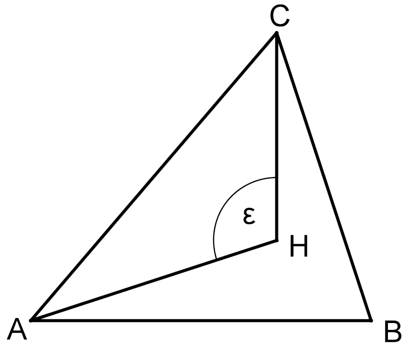
Graziella erfindet die unendlich lange Dezimalzahl
0,12345678910111213141516171819202... als Beispiel für eine irrationale Zahl.
Wie lautet die 465. Nachkommastelle von Graziellas Zahl?

2005 8) **Schachturnier**

Bei einem großen Schachturnier spielen 633 Personen mit. Die Teilnehmer spielen nach dem Cupsystem (K.O. - System), das heißt, in jeder Runde spielen jeweils zwei Spieler gegeneinander, der Verlierer scheidet aus, der Gewinner steigt in die nächste Runde auf. Wenn die Anzahl der Spieler in einer Runde ungerade ist, so erhält ein Spieler ein Freilos, er darf also ohne zu spielen in die nächste Runde aufsteigen.
Wie viele Spiele sind notwendig, um den Sieger zu ermitteln?

2005 9) **Höhenschnittpunkt**

In einem Dreieck ABC mit dem Höhenschnittpunkt H betragen die Winkel $\alpha=60°$ und $\gamma=51°$.
Wie groß ist der in der Skizze gekennzeichnete Winkel ε?



2005 10) **Differenz von Summen**

S_1 sei die Summe der ersten 82 Vielfachen von 2005,
also $S_1 = 2005 \cdot 1 + 2005 \cdot 2 + ... + 2005 \cdot 82$.
S_2 sei die Summe der ersten 82 Vielfachen von 2004.
Ermittle die Differenz von S_1 und S_2!

2006 1) **Spiel um Punkte**

Bei einem Spiel mit zwei Spielern muss der Verlierer einer Runde die Punktezahl des anderen verdoppeln und er selbst verliert die entsprechende Anzahl von Punkten.
Nach zwei Runden hat jeder Spieler einmal verloren und jeder hat 16 Punkte.
Um wie viele Punkte lagen sie zu Beginn auseinander?

2006 2) **Dreieckfläche**

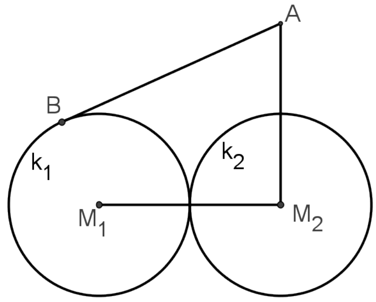
Das Dreieck ABC ist rechtwinklig, die Katheten BC bzw. AC sind 12 cm bzw. 14 cm lang. M ist der Mittelpunkt der Seite AB, N ist der Mittelpunkt der Seite BC, O liegt auf der Seite AC.
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks MNO!

2006 3) **Marathonrechnung**

Alois beginnt mit der Zahl 500 und führt dann immer wieder folgende Rechenschritte durch: entweder Subtraktion von 1 oder Addition von 2. Nach 500 Rechenschritten ist er bei 634 angelangt. Leider können wir nicht ausschließen, dass dieses Ergebnis um höchstens 1 falsch ist. Wie oft hat er 2 addiert?

2006 4) **Summe zweier Zahlen**

Für die positiven reellen Zahlen x und y gilt $x^2 + x \cdot y = 11$ und $x \cdot y + y^2 = 14$.
Wie groß ist $x + y$?



2006 5) **Länge der Tangente**

Die beiden Kreise k_1 und k_2 berühren einander von außen.
Sie haben beide den Radius 4cm.
Die Strecke M_2A ist 11cm lang und steht auf M_1M_2 normal.
Die Strecke AB berührt k_1 in B.
Wie lang ist AB?

2006 6) **Kreditkartennummer**

Die 14 Ziffern einer Kreditkartennummer haben die Eigenschaft, dass die Summe von je drei aufeinander folgenden Ziffern 20 ist. Die dritte Ziffer ist 7 und die letzte ist 4. Mit welcher Ziffer beginnt die Kartennummer?

2006 7) **So viele Kugeln!**

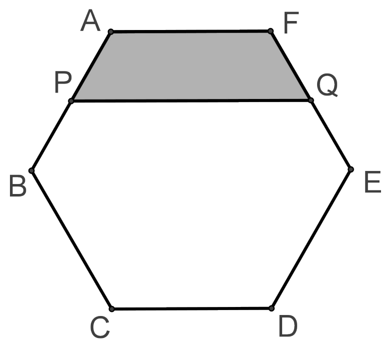
In einer Urne befinden sich: Eine Kugel mit der Nummer 1, zwei Kugeln mit der Nummer 2, drei Kugeln mit der Nummer 3, . . . , 91 Kugeln mit der Nummer 91.
Wie viele Kugeln muss man mindestens ziehen, um ganz sicher 10 Kugeln mit der gleichen Nummer zu erhalten?

2006 8) **Spielbrett mit Zahlen**

Ariane schreibt 36 aufeinander folgende natürliche Zahlen auf die 36 Felder eines Spielbretts und rechnet dann ihre Summe aus.
Wenn sie diese Summe durch die größte vorkommende Zahl dividiert, so kommt 27 heraus, dividiert sie durch die kleinste der 36 Zahlen, so erhält sie 54.
Wie groß ist die größte der 36 Zahlen?

2006 9) **Trapez im Sechseck**

ABCDEF sei ein regelmäßiges Sechseck. Die Punkte P und Q seien die Mittelpunkte der Seiten AB bzw. EF.
Wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezes APQF, wenn der Flächeninhalt des Sechsecks $48cm^2$ ist?



2006 10) **Zerschnittenes Brett**

Ein rechteckiges Brett mit einem Flächeninhalt von $360cm^2$ wird durch einen kantenparallelen Schnitt in zwei zueinander ähnliche Teile mit einem Flächenverhältnis von 1 : 4 zerlegt.
Berechne die kürzere Seite des ursprünglichen Bretts!

2007 1) **Ein übergroßes „Schachbrett“**

Ein Schachbrett ist quadratisch und hat bekanntlich 64 Felder. Stell dir nun ein viel größeres, ebenfalls quadratisches Schachbrett vor. Am Rand dieses Schachbretts liegen 104 Felder. Wie viele Felder hat dieses Schachbrett?

2007 2) **Eine ganz lange Gleichung**

Für welche Zahl a gilt: $2a - 24 + 3a - 36 + 4a - 48 + \ldots + 50a - 600 = 0$

2007 3) **Eine Erbschaft**

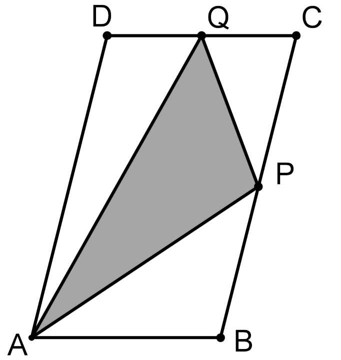
Als der Großvater stirbt, vermacht er sein gesamtes Bargeld - gleichmäßig aufgeteilt - seinen zahlreichen Enkelkindern. Eines der Enkelkinder verzichtet auf die Erbschaft; dadurch erhöht sich der Anteil der anderen um je 108 €. Als auch noch ein weiteres Enkelkind verzichtet, erhöht sich der Anteil der anderen noch einmal um je 144 €. Wie viel betrug Großvaters Bargeld?

2007 4) **Kugeln färben**

Vor dir liegt eine Reihe von 132 weißen Kugeln. Zuerst färbst du jede zweite Kugel rot. Dann färbst du jede dritte Kugel grün – egal, ob sie weiß oder rot ist. Schließlich färbst du ebenso jede vierte Kugel blau. Wie viele Kugeln sind jetzt noch rot?

2007 5) **Dreieck im Parallelogramm**

P und Q halbieren die Seiten BC und CD des Parallelogramms ABCD. Der Flächeninhalt des Parallelogramms beträgt $40cm^2$.
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks APQ!

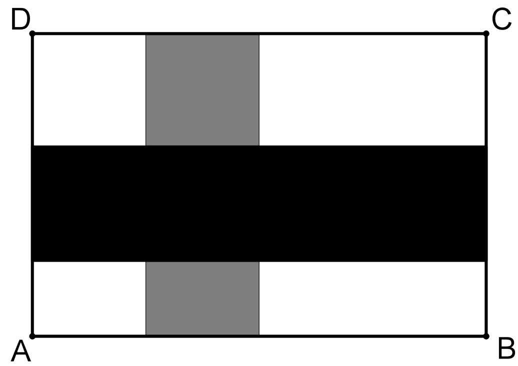


2007 6) **Antons blaue Kugeln**

Antonia hat doppelt so viele Kugeln wie Anton.
Ein Drittel davon ist blau. Wenn sie ihre Kugeln und die von Anton zusammen legt, ist die Hälfte davon blau. Anton hat 30 Kugeln.
Wie viele blaue Kugeln hat er?

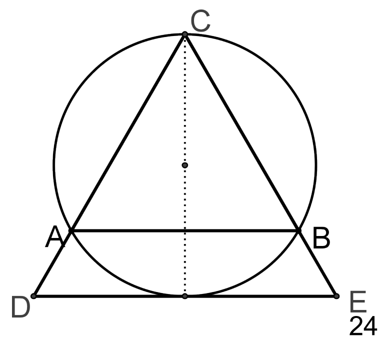
2007 7) **Zwei Teppiche**

Auf dem Fußboden eines rechteckigen Zimmers ABCD liegt ein 8 m langer und 6 m breiter grauer Teppich. Quer darüber liegt ein 12 m langer und 4 m breiter schwarzer Teppich.
Wie groß ist der Teil des Fußbodens, der von keinem der beiden Teppiche bedeckt wird?



2007 8) **Jakob und Jakobine zählen**

Jakob beginnt bei 100 und zählt in 6er-Schritten aufwärts (100, 106, 112, …).
Jakobine beginnt bei 1000 und zählt in 9er-Schritten abwärts (1000, 991, 982, …).
Sie beginnen gleichzeitig und zählen gleich schnell.
Bei welcher Zahl treffen sie einander?



2007 9) **Zwei Dreiecke und ein Kreis**

Der Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks ABC beträgt 36 cm².
Wie groß ist der Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks DEC?

2007 10) **Preis aus der Vergangenheit**

Herbert liest auf einer alten Rechnung:

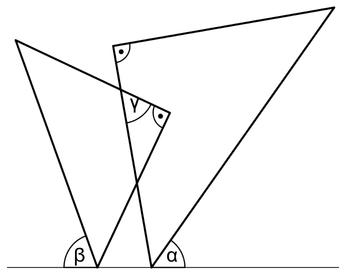
72 Fußbälle .... T59 E Schilling

Die erste und die letzte Ziffer des Betrages (T und E) kann er leider nicht mehr entziffern. Er erinnert sich aber, dass der Preis eines Fußballs ein ganzzahliger Schillingbetrag war.
Wie viel Schilling kostete damals ein Fußball?

2008 1) **Familie Auer feiert**

Die Urgroßeltern der großen Familie Auer feiern ein tolles Familienfest.
Dazu laden Uroma Annemarie und Uropa August alle ihre Nachkommen samt Ehegattinnen und Ehegatten ein.
Sie selbst haben vier Kinder, von denen alle geheiratet und jeweils zwei Kinder haben.
Alle Enkelkinder haben ebenfalls geheiratet und jeweils drei noch kleine Kinder.
Wie viele Personen sind insgesamt beim Fest?

2008 2) **Zwei gleichschenkelige Dreiecke**



Die beiden großen Dreiecke sind rechtwinkelig und gleichschenkelig, $\alpha = 77°$, $\beta = 64°$.
Wie groß ist γ?

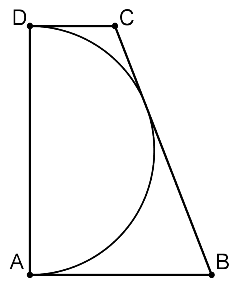
2008 3) **Ziffernsumme gegeben**

Wie viele Ziffern hat die kleinste natürliche Zahl, deren Ziffernsumme 786 ist?

2008 4) **Am runden Tisch**

An einer Konferenz nehmen 27 Personen teil, die an einem riesigen runden Tisch sitzen. Nur ein einziger Mann stellt fest, dass er zwischen zwei Frauen sitzt. Hingegen stellt jede Frau fest, dass sie zwischen zwei Männern sitzt. Es gibt auch Männer, die zwischen zwei Männern sitzen, aber nur vier. Wie viele Männer nehmen an der Konferenz teil?

2008 5) **Halbkreis im Trapez**



Einem Trapez ABCD ist ein Halbkreis eingeschrieben. Die parallelen Seiten sind 9 cm und 4 cm lang.
Berechne die Höhe $\overline{AD}$ des Trapezes!

2008 6) **Ecken zählen**

Eine regelmäßige Pyramide hat 34 Kanten. Wie viele Eckpunkte hat sie?

2008 7) **Eine große Multiplikation**

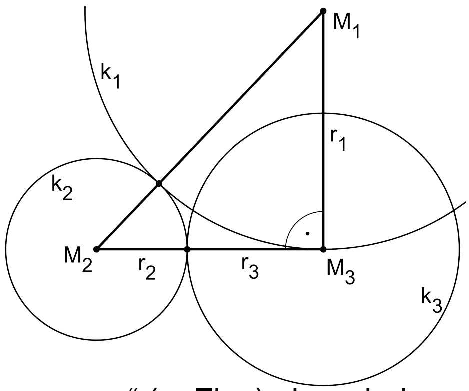
Die Zahl 11…122…233…3 besteht aus 10 Einsern, 20 Zweiern und 11 Dreiern. Sie wird mit 100101 multipliziert. Dann werden alle Ziffern dieses Produkts addiert. Welche Summe erhalten wir?

2008 8) **Zahl gesucht**

Wenn du alle Teiler einer natürlichen Zahl a (einschließlich a) multiplizierst, erhältst du 1089.
Wie groß ist a?

2008 9) **Drei Kreise**

Die Radien r_1 = 21 cm und r_2 = 8 cm sind bekannt.
Wie groß ist r_3?



2008 10) **GeZisu**

Für diese Aufgabe definieren wir die „gewichtete Ziffernsumme“ (geZisu) einer dreistelligen Zahl mit der Hunderterziffer H, der Zehnerziffer Z und der Einerziffer E so:

geZisu = E + 2 Z + 3 H

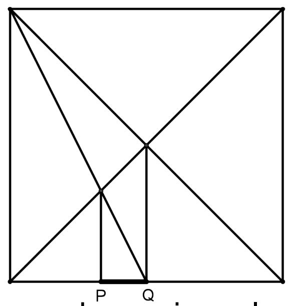
Wir suchen eine dreistellige Zahl mit der Ziffernsumme 18 und der geZisu 44.

2009 1) **Zahlen gesucht**

Für die beiden natürlichen Zahlen a und b gilt: $a^4 + b^2 = 3977$. Wie groß ist $a^2 + b$?

2009 2) **Strecke im Quadrat**

Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von 576 cm^2. Wie lang ist die Strecke PQ?



2009 3) **Astrids Zahl**

Astrids Zahl wird gebildet, indem man die Ziffernfolge 9081726 neunundneunzig mal (99x) hintereinander anschreibt, also 90817269081726…9081726.
Welches Ergebnis erhältst du, wenn du alle Ziffern abwechselnd subtrahierst und addierst, also 9 – 0 + 8 – 1 + 7 – … rechnest?

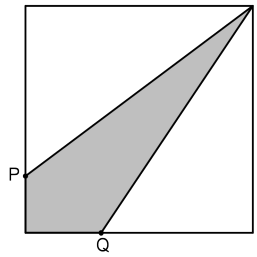
2009 4) **Walzer tanzen**

An einem Walzer-Wettbewerb nehmen 42 Personen teil. Jeder Mann tanzt mit genau vier Frauen und jede Frau mit genau drei Männern.
Wie viele Männer nehmen an dem Wettbewerb teil?

2009 5) **Ziffernsumme**

Die Zahl $10^{512} - 2009$ ist sehr groß. Wenn wir alle Ziffern addieren, erhalten wir eine kleinere Zahl. Welche Zahl erhalten wir, wenn wir auch bei dieser kleineren Zahl die Summe aller Ziffern bilden?

2009 6) **Ackerland**



Ein Bauer teilt sein quadratisches Feld mit der Seitenlänge 400 m durch zwei Zäune in drei Teile. Wenn er am äußeren Rand des Feldes vom Punkt P zum Punkt Q geht, legt er 160 m zurück.
Wie groß ist der Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks?

2009 7) **Würfelspiel**

Du hast 32 mal gewürfelt. Die Summe der Augenzahlen betrug 91. Wie viele Sechser waren höchstens dabei?

2009 8) **Alfreds Zahl**

Alfred schreibt eine neun stellige Zahl A mit lauter verschiedenen Ziffern an die Tafel. Diese Ziffern sind der Größe nach geordnet, und zwar so, dass die kleinste Ziffer an der Einerstelle steht.
Die Zahl A + 1 ist durch 9 teilbar. Schreib A an!

2009 9) **Gitterpunkte**

Ein Gitterpunkt ist ein Punkt mit ganzzahligen Koordinaten (Einheit 1 cm). Die Eckpunkte eines Quadrats, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen liegen, mögen derartige Gitterpunkte sein. Der Flächeninhalt beträgt 121 cm^2. Wie viele Gitterpunkte liegen innerhalb des Quadrats (also nicht am Rand)?

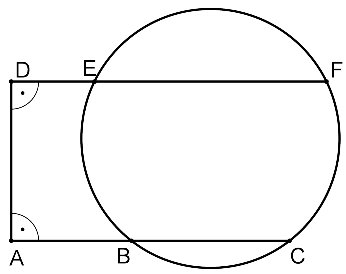
2009 10) **Zahlenspielerei**

Alex spielt mit drei Zahlen. Er nimmt zwei davon und bildet das arithmetische Mittel. Dazu addiert er die dritte Zahl und notiert das Ergebnis. Je nachdem, mit welchen beiden der drei Zahlen er beginnt, bekommt er eine der drei folgenden Summen: 105, 113 oder 124.
Wie groß ist die größte der drei Zahlen?

2010 1) **Annas Taschengeld**

Die Geschwister Anna, Ignaz, Josef und Kurt sind unterschiedlich alt und bekommen unterschiedlich viel Taschengeld. Im Mittel bekommen sie 20 Euro, die Buben bekommen aber im Mittel nur 18 Euro. Wie viel Taschengeld bekommt Anna?

2010 2) **Der geschnittene Kreis**



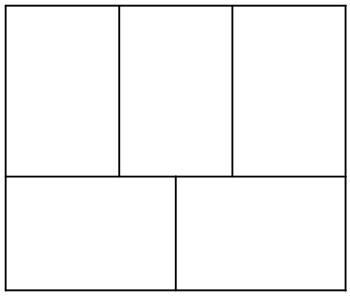
In nebenstehender Figur sind folgende Streckenlängen bekannt:
$\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ und $\overline{DE} = 4\text{cm}$.

Wie lang ist die Strecke EF?

2010 3) **Zahlenquadrat**

Ein Zahlenquadrat besteht aus 2601 natürlichen Zahlen. Links oben steht die Zahl 0, alle anderen Zahlen sind positiv. Über die Zahlen der oberen Reihe und der linken Spalte weiß man sonst nichts. Für alle anderen Zahlen gilt: Die Zahl oberhalb ist um 2 kleiner, die Zahl links ist um 1 kleiner. Wie lautet die kleinstmögliche Zahl, die rechts unten stehen kann?

2010 4) **Fünf Rechtecke**

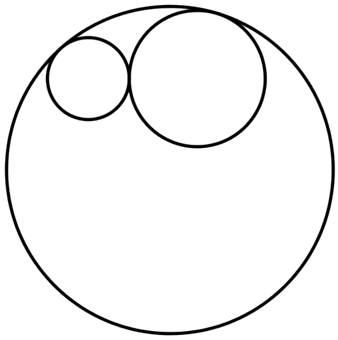


Ein Rechteck mit dem Flächeninhalt von 1080 cm^2 kann in fünf kongruente Rechtecke zerlegt werden, wie in nebenstehender Figur dargestellt ist.
Wie groß ist der Umfang eines dieser kongruenten Rechtecke?

2010 5) **Die Termine der Tempelfeste**

Im fernen Fantasia leben die Abajaden, die Bemeniden und Celekiten. Die Abajaden feiern alle 12 Jahre ein riesiges Tempelfest zu Ehren ihres Hauptgottes, die Bemeniden alle 18 Jahre und die Celekiten alle x Jahre, wobei x kleiner als 43 ist. Heuer finden alle drei Tempelfeste statt. Zum letzten Mal war dies im Jahr 1614 der Fall. Die Tempelfeste der Celekiten fallen immer auf gerade Jahre. Berechne x!

2010 6) **Adams Kreise**

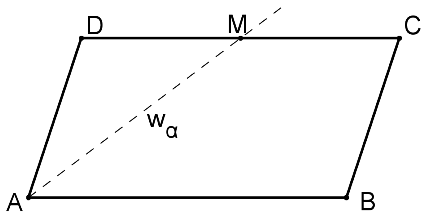


Adam zeichnet drei einander berührende Kreise (siehe Skizze) mit den Radien 12 mm, 54 mm und 109 mm.
Die drei Mittelpunkte bilden ein Dreieck.
Wie groß ist der Umfang dieses Dreiecks?

2010 7) **Produkt ergänzen**

Die Zahl 1135 wird mit der nächst kleineren und mit der nächst größeren ungeraden Zahl multipliziert. Welche möglichst kleine Zahl muss man zum Produkt der drei Zahlen addieren, damit man die dritte Potenz einer natürlichen Zahl erhält?

2010 8) **Ein spezielles Parallelogramm**



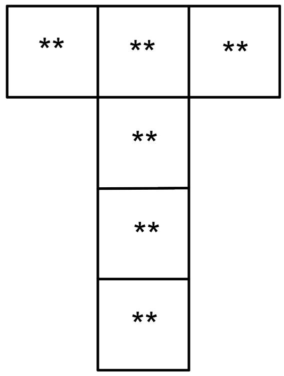
Das Parallelogramm ABCD hat den Umfang 48 cm.
Der Mittelpunkt M der Seite CD liegt auf der Winkelsymmetrale w_α von α.
Wie lang ist die Seite AB?

2010 9) **Spielzeugkiste**

In einer Kiste befinden sich Würfel, quadratische Pyramiden und Oktaeder, wobei jeweils mindestens zwei Stück vorhanden sind. Insgesamt sind es 31 Stück. Die Summe der Anzahlen ihrer Begrenzungsflächen beträgt 165. Wie viele quadratische Pyramiden sind in der Kiste?

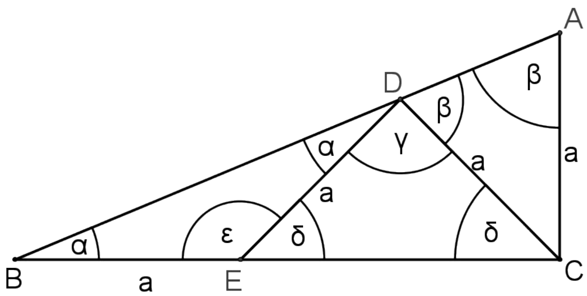
2010 10) **Hexomino**

In einem T-förmigen Hexomino stehen lauter verschiedene zweistellige Zahlen.
Die Summe der Zahlen in der senkrechten Viererreihe ist 121.
Die Summe der Zahlen in der waagrechten Dreierreihe ist 285.
Wie groß ist die Summe aller Zahlen auf dem T?



1991 1) Da jede Ziffer größer ist als die Ziffer, die rechts neben ihr steht, muss die Ziffer 0 an der Einerstelle stehen. Die Summe aller fünf ungeraden Ziffern (1 + 3 + 5 + 7 + 9) ist 25, damit die Ziffernsumme 24 wird, muss man die Ziffer 1 weglassen. Aus der Angabe, dass die Ziffern der Größe nach geordnet sind, folgt die folgende
<u>Antwort:</u> Die Versicherungsnummer lautet <u>97530</u>.

1991 2) Die Skizze zur Aufgabe ist absichtlich sehr ungenau gezeichnet, damit man die Größe von α nicht einfach abmessen kann. Die Zeichnung zeigt das gegebene Dreieck in seiner wahren Form: Das Dreieck DEB ist gleichschenkelig und hat daher an der Basis (BD) zwei gleiche Winkel (α).
Das gilt ebenso für das Dreieck DCA und den Winkel β an dessen Basis.



$\alpha + \beta = 90°$, weil das Dreieck ABC rechtwinkelig ist. Der Winkel β ist daher gleich $90° - \alpha$.
Aus der Zeichnung sieht man, dass $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ gilt, daher ist $\gamma = 90°$. Da auch das Dreieck EDC gleichschenkelig ist, sind die Winkel δ beide gleich 45°. δ ist aber supplementär zum Winkel ε und ε ist supplementär zu 2α . Daher ist α halb so groß wie δ. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> α = <u>22,5</u>° .

1991 3) Multipliziert man die Durchschnittsnote mit der Anzahl der Noten, so erhält man die Summe ihrer Noten: 23 (als Summe ganzer Zahlen gerundet auf eine ganze Zahl).
Da eine Note 5 war, bleibt als Summe der übrigen 17 Noten noch 18. Das bedeutet, dass sie einmal die Note 2 und sonst lauter Einser hatte. Für die Anzahl der Einser gilt daher die
<u>Antwort:</u> Sie hatte <u>16</u>-mal die Note 1.

1991 4) Die Angabe des Verhältnisses der Seitenlängen ist für die Lösung der Aufgabe nicht notwendig.
Wenn der Umfang des zweiten Rechtecks um 10% größer (also 1,1-mal so groß) wie der Umfang des ersten Rechtecks ist, so ist auch jede Seitenlänge um den Faktor 1,1 größer. Für den Flächeninhalt (das Produkt der Seitenlängen) des zweiten Rechtecks gilt daher, dass er um den Faktor 1,21 (= 1,1 · 1,1) größer ist als der Flächeninhalt des ersten Rechtecks. Es gilt daher die
<u>Antwort:</u> Die Fläche des zweiten Rechtecks ist um <u>21</u>% größer.

1991 5) Es entstehen die Stöße: (tb. ... teilbar)

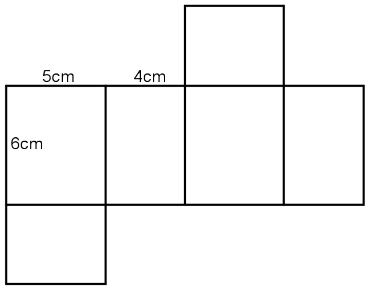
1. Arbeitsgang: durch 3 tb. — nicht durch 3 tb.

2. Arbeitsgang: durch 5 tb. — nicht d. 5 tb. — durch 5 tb. — nicht d.5.tb.

3. Arbeitsgang: d.9 tb. — n.d.9 tb. — d.9 tb. — n.d.9 tb. — * — n.d.9 tb. — * — n.d.9 tb.

* : Eine Zahl, die durch 3 nicht teilbar ist, kann auch nicht durch 9 teilbar sein.
Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Es entstehen dabei höchstens <u>6</u> Stöße.

1991 6) Die Länge des Netzumfangs erhält man, indem man von der doppelten Summe aller Kantenlängen ($4 \cdot (a + b + c)$) die Längen jener Kanten (zweifach!) subtrahiert, die zusammenfallen. Man muss daher das Netz so zeichnen, dass möglichst große Kanten zusammenfallen, z.B. so:



Die Summe aller Kantenlängen beträgt 60 cm, davon liegen 28 cm innen. Subtrahiert man und multipliziert das Ergebnis mit 2, so erhält man die
Antwort: Der kleinstmögliche Umfang des Netzes beträgt 64 cm.

1991 7) Wenn die Differenz zweier dreistelliger Zahlen 792 ist, muss die größere Zahl mindestens 100 + 792 = 892 sein. Da die Zehnerziffer der gesuchten Zahl 0 ist, kommen nur die Zahlen 901 bis 909 in Frage.
Dreht man diese Zahlen um, so erkennt man, dass 901 – 109 = 792 gilt, für die größeren Zahlen aber diese Differenz kleiner als 792 ist. Daraus folgt die
Antwort: Die ursprüngliche Zahl ist 901.

1991 8) Von 12 Kindern, die ein Instrument spielen, sind 8 Buben. Es gibt daher 4 Mädchen, die ein Instrument spielen. Diese 4 Mädchen sind nach der Angabe 40% der Mädchen (60% spielen kein Instrument). Wenn 40% 4 sind, so sind 100% 10. Daraus ergibt sich die
Antwort: In der Klasse gibt es 10 Mädchen.

1991 9) Wenn das Dreieck rechtwinkelig wäre, so wäre die längste Seite nach dem Pythagoreischen Lehrsatz $\sqrt{19^2 + 19^2}$ cm = 92,962... cm lang.
Damit das Dreieck stumpfwinkelig wird, muss diese Seite noch länger sein. Daher gilt die
Antwort: Die längste Seite muss mindestens 93 cm lang sein.

1991 10) 1990:19=104,7...; 1990:90=22,1...
In der Trommel gibt es daher 104 Zahlen, die durch 19 teilbar sind und 22 Zahlen, die durch 90 teilbar sind.
$19 \cdot 90=1710$. Diese Zahl kommt bei den oben aufgezählten 104 ebenso wie bei den 22 vor. Daher gibt es in der Trommel 104 + 22 - 1 = 125 Zahlen, die durch 19 oder durch 90 teilbar sind.
Es sind also 1990 - 125 = 1865 Zahlen in der Trommel, die weder durch 19 noch durch 90 teilbar sind. Daraus folgt die
Antwort: Die Maschine beendet ihre Arbeit spätestens nach 1866 Zügen.

1992 1) Nach dem Umrühren befinden sich 306 l Essig und 153 l Wasser in dem Fass. Ein Drittel von 306 l Essig (= 102 l) wird dann noch durch Wasser ersetzt, daher gilt die
Antwort: Es sind 255 Liter Wasser im Fass.

1992 2) Der große Zeiger überholt den kleinen Zeiger in dieser Zeit 6-mal: Vor 9 Uhr, vor 10 Uhr, knapp vor 11 Uhr, um 12 Uhr, knapp nach 1 Uhr und nach 2 Uhr. Bei jedem dieser Überholvorgänge bilden die beiden Zeiger zweimal einen Winkel von 30°. Daraus folgt die
Antwort: Dieser Winkel wird 12-mal gebildet.

1992 3) Die Teiler von 72, die kleiner als 16 sind, sind 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 und 12. Die Summe 16 und das Produkt 72 erhält man nur, wenn Frau Husch 4 Kinder hat, die 1, 2, 4 und 9 Jahre alt sind. Das ergibt die
Antwort: Ihr ältestes Kind ist 9 Jahre alt.

1992 4) Aus dem ersten Zwischenprodukt, das nur zwei Ziffern hat, erkennt man, dass der Divisor höchstens 12 sein kann, denn 13 · 8=104 ist bereits dreistellig. Aus dem dritten Zwischenprodukt erkennt man, dass der Divisor 12 sein muss, weil 10 · * oder 11 · * nicht dreistellig sein können. Daraus folgt aber, dass die Zehnerstelle des Quotienten 1 und die Einerstelle 9 sein muss. Daher lautet die Division 9828 : 12 = 819 (wenn der Rest 0 ist) und egal wie groß der Rest ist, gilt die
<u>Antwort:</u> Der Quotient ist <u>819</u>.

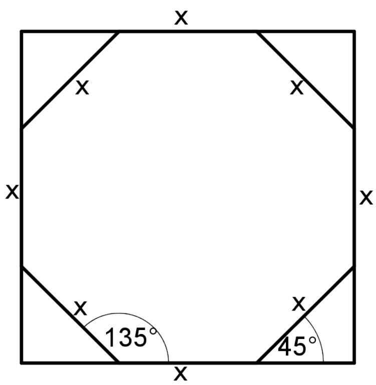
1992 5) Die Fläche des Dreiecks ADC ist ein Fünftel der Fläche des Dreiecks ABC. Da die beiden Dreiecke die gleiche Höhe durch den Eckpunkt A haben, muss die Strecke CD ein Fünftel der Strecke CB sein. Die Strecke CD ist also 66 mm lang.
Ebenso überlegt man, dass die Strecke DF ein Drittel der Strecke DB ist, deren Länge 264 mm beträgt. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Die Strecke DF ist <u>88</u> mm lang.

1992 6) Damit das Produkt möglichst klein wird, müssen die häufiger vorkommenden Faktoren möglichst klein sein. Also z.B.: E = 2, R = 3, L = 5 und H = 7. Das kleinstmögliche Produkt ist daher 5 · 2 · 7 · 3 · 2 · 3 = 1260.
<u>Antwort:</u> X muss mindestens <u>1260</u> sein.

1992 7) Wenn die Hunderterstelle der gegebenen Zahl nicht 0 wäre, müsste man sie um 1 verkleinern, um die nächstkleinere symmetrische Zahl zu erhalten. Da sie 0 ist, muss man sie auf 9 vergrößern und die Zehner- und Tausenderstelle um 1 verkleinern. Das ergibt die
<u>Antwort:</u> Die nächstkleinere symmetrische Zahl ist <u>56965</u>.

1992 8) Die Zahlen, die bei der Division durch 5 den Rest 3 ergeben, sind: 3, 8, 13, 18, 23, 28, u.s.w.
Die Zahlen, die bei der Division durch 5 den Rest 3 und bei der Division durch 6 den Rest 4 ergeben, ergeben bei der Division durch 30 den Rest 28, sind daher 28, 58, 88, 118, 148, 178, 208, u.s.w.
Davon ist 208 die kleinste, die auch bei der Division durch 7 den Rest 5 ergibt. Man muss daher die Zahlen weiter betrachten, die bei Division durch 210 (= 5 · 6 · 7) den Rest 208 ergeben, das sind 208, 418, 628, 838, u.s.w.
838 ist davon die kleinste Zahl, die auch bei Division durch 8 den Rest 6 ergibt. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> N = <u>838</u>

1992 9) Das regelmäßige Achteck mit der Seitenlänge x (siehe Skizze!) hat Innenwinkel von 135°. Daher sind die Dreiecke, die Johanna wegschneidet, rechtwinkelig und gleichschenkelig. Alle vier zusammen ergeben ein Quadrat mit der Seitenlänge x. Wenn der Flächeninhalt dieses Quadrats 1089 cm² beträgt, ist die Seite 33 cm lang. Daher gilt die
<u>Antwort:</u> Die Seitenlänge des Rechtecks beträgt <u>33</u> cm.



1992 10) Wenn man die vier Volumsangaben addiert, erhält man das dreifache Gesamtvolumen aller Fässer: 5490 Liter. Die vier Fässer enthalten also insgesamt 1830 Liter. Subtrahiert man davon 1350 Liter (Gesamtinhalt ohne zweites Fass), so ergibt sich der Inhalt des zweiten Fasses. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Das zweite Fass enthält <u>480</u> Liter.

1993 1) Durch Kopfrechnung erhält man folgende passenden Geburtstage:

Julia:	1	2	4	5	10	20
Mutter:	21	22	24	25	30	40

40 ist das Zweifache von 20, ein kleineres Vielfaches als das Zweifache kann es nicht geben, daher gibt es keine weiteren Lösungen.
Daraus folgt die
Antwort: Dies ist 6-mal der Fall.

1993 2) 160 Kunden wollen kein Vanilleeis, 110 Kunden kein Schokoladeneis und 90 Kunden kein Erdbeereis. Die Summe dieser Zahlen (360 Kunden) enthält die Anzahl derer, die nur eine Eissorte wollen doppelt und die Anzahl derer, die genau zwei Eissorten wollen, einmal.
Subtrahiert man diese Zahl von der Gesamtzahl der Kunden (510 - 360 = 150), so erhält man die Zahl derer, die alle drei Eissorten mögen, minus der Zahl derer, die genau eine Eissorte mögen.
Die gesuchte Anzahl derer, die alle drei Eissorten mögen ist also 150 + Anzahl derer, die genau eine Eissorten mögen. Daher gilt die
Antwort: Mindestens 150 Kunden mögen alle drei Eissorten.

1993 3) Genau zwei angestrichene Flächen haben jene kleinen Würfel, die entlang einer Kante aber nicht in einer Ecke des großen Würfels liegen. Da ein Würfel 12 Kanten hat, an jeder Kante zwischen den Eckwürfeln 7 Würfel liegen, ($7 \cdot 12 = 84$) folgt die
Antwort: Es gibt 84 kleine Würfel mit genau zwei angestrichenen Flächen.

1993 4) Aus der gegeben Proportion folgt die Gleichung $7 \cdot P = 3 \cdot Z$. Daraus folgt, dass P durch 3 teilbar sein muss und größer als 0. Daher muss mindestens eine der Ziffern durch 3 teilbar sein, aber keine Ziffer kann 0 sein.
Die Zahl Z muss (wegen der obigen Gleichung) durch 7 teilbar sein.
Folgende Zahlen erfüllen beide Bedingungen: 35, 63, 91 und 98. Von diesen Zahlen erfüllt nur 35 die gegebene Gleichung ($Z = 35$, $P = 15$, $Z : P = 7 : 3$). Daher gilt die
Antwort: $P = 15$.

1993 5) Nennen wir den Winkel ACB γ und den Winkel CDB δ. Dann gilt $\gamma = 90° - \frac{\alpha}{2}$ (weil das Dreieck ABC gleichschenkelig ist) und $\delta = \alpha + \beta$ (Außenwinkel des Dreiecks ABD). Da auch das Dreieck BCD gleichschenkelig ist, gilt $\gamma = \delta$. Setzt man für β 12° ein, kann man daraus α berechnen. Man erhält dann die
Antwort: $\alpha = 52°$.

1993 6) Das kleinste gemeinsame Vielfache von 1, 3, 5, 6 und 8 ist 120. Daher gilt die
Antwort: Das nächste Wiedersehen der fünf Freunde gibt es nach 120 Tagen.

1993 7) Das Volumen des Gefäß ist $12 \cdot 8 \cdot 15\ cm^3 = 1440\ cm^3$, das ist weniger als $1500\ cm^3$.
Wenn Sebastian also $1\frac{1}{2}$ Liter Wasser in das Gefäß leert, wird es übergehen. Daraus folgt die
Antwort: Das Wasser steht nachher im Gefäß 15 cm hoch.

1993 8) Nennen wir die Kantenlängen des Quaders a, b und c, und sei $a < b < c$. Dann ist die Oberfläche $2 \cdot (ab + ac + bc) = 68\ cm^2$, also $ab + ac + bc = 34\ cm^2$. Die längste Kante kann höchstens 10 cm lang sein, weil sonst die Oberfläche zu groß wäre. Setzt man systematisch für c die Werte 3 cm, 4 cm, ..., 10 cm ein, so erhält man als einzige Möglichkeit die Kantenlängen a = 1cm, b = 4cm und c = 6cm. Daher gilt die
Antwort: Die längste Kante ist 6cm lang.

1993 9) Das Produkt der drei Zahlen liegt zwischen 1000006 und 1099996. Da $99 \cdot 100 \cdot 101 = 999990$ ist, muss die kleinste der drei Zahlen mindestens 100 sein. Da $103 \cdot 104 \cdot 105 = 1124760$ ist muss die kleinste Zahl kleiner als 103 sein. Man braucht nur die drei Möglichkeiten auszuprobieren und erhält dann die
<u>Antwort:</u> Die kleinste der drei aufeinander folgenden Zahlen ist <u>101</u>.

1993 10) Die schraffierte Fläche berechnet man, indem man von der halben Quadratfläche (72 cm²) die Fläche des kleinen Dreiecks mit der Grundlinie 4 cm und der (nicht eingezeichneten) Höhe 3 cm subtrahiert, also 72 cm² – 6 cm² = 66 cm².
Dass die Höhe dieses Dreiecks 3 cm beträgt berechnet mit Hilfe von ähnlichen Dreiecken, die man in der Figur einzeichnen kann.
Es gilt also die
<u>Antwort:</u> Die schraffierte Fläche ist <u>66</u> cm² groß.

1994 1) Wenn r der Radius und h die Höhe des gegebenen Zylinders ist, so ist sein Volumen $V_1 = r^2 \cdot \pi \cdot h$. Der Radius des zweiten Zylinders ist 1,5r, seine Höhe 0,5h. Der zweite Zylinder hat also das Volumen $V_2 = (1{,}5r)^2 \cdot \pi \cdot (0{,}5h) = 1{,}125 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = 1{,}125 \cdot V_1$. Sein Volumen ist also um ein Achtel größer als das Volumen des ersten Zylinders. Die Massen der beiden Holzsteher verhalten sich wegen der gleichen Dichte wie ihre Rauminhalte. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der zweite Steher hat eine Masse von <u>18</u> kg.

1994 2) Wenn wir die gesuchte Streckenlänge $\overline{DY}$ mit x bezeichnen, so ist der Flächeninhalt des Vierecks AXYD gleich $b \cdot \frac{3+x}{2}$. Der Flächeninhalt des gegebenen Rechtecks ABCD ist $b \cdot a$. Aus der Angabe folgt also, dass $\frac{3+x}{2} = \frac{1}{3} \cdot a = 8$. Daher ist x =13, es gilt also die
<u>Antwort:</u> Y hat von D den Abstand <u>13</u> cm.

1994 3) Aus der Bedingung a) folgt: Die gesuchte Zahl muss die Ziffer 5 mindestens einmal enthalten und mindestens eine gerade Ziffer, aber nicht 0.
Wenn man das beachtet, folgt aus der Bedingung b), dass nur folgende Ziffernkombinationen möglich sind: 5, 2, 9 oder 5, 4, 7 oder 5, 6, 5 oder 5, 8, 3.
Aus der Bedingung c) folgt, dass nur die Ziffernkombination 5, 2, 9 in Frage kommt.
Sucht man die kleinste Zahl, die aus diesen Ziffern besteht, so erhält man die
<u>Antwort:</u> Die kleinste dreistellige Zahl, die die Bedingungen a), b) und c) erfüllt, ist <u>259</u>.

1994 4) Die Hypotenuse c des rechtwinkeligen Dreiecks ABC erhält man aus dem Kathetensatz: $y^2 = c \cdot x \Rightarrow c = \frac{350}{3}$
Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABC und AED folgt für den gesuchten Radius r der Ansatz y : c = r : (c – x – r). Diese Proportion ist nach r aufzulösen:

$$\frac{350}{3} \cdot r = 70 \cdot \left(\frac{350}{3} - 42 - r\right) \Rightarrow \frac{560}{3} \cdot r = \frac{15680}{3}$$

Daraus berechnet man r und erhält die
<u>Antwort:</u> Der Halbkreisradius beträgt <u>28</u> mm.

1994 5) Nennen wir die Einerziffer der gesuchten Zahl e, die Zehnerziffer z und die Hunderterziffer h.
Vertauscht man die Zehner- und die Einerziffer, so wird sie um 9e – 9z größer, also ist e – z = 1, z um 1 kleiner als e.
Vertauscht man die Hunderter- und die Zehnerziffer, so wird sie um 90z – 90h größer, also ist z – h = 1, h um 1 kleiner als z und daher h um 2 kleiner als e, also e – h = 2.
Vertauscht man die Hunderter- und die Einerziffer, so wird sie um
99e – 99h = 99 · (e – h) größer, also um 99 · 2 größer. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Die Zahl vergrößert sich um <u>198</u>.

1994 6) Aus der Angabe folgt: (a + b) + (a + c) + (b + c) = 15 + 20 + 21, also 2a + 2b + 2c = 56. Der Umfang des Dreiecks beträgt daher 28 m, das ist um 7 m mehr als b + c. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Die Seite a ist <u>7</u> m lang.

1994 7) B enthält nur die Zahlen 7, 8 und 9, davon liegt 8 auch in A, 7 und 9 also nur in B. A enthält daher die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 8. Die Summe dieser Zahlen ist 29.
Es gilt daher die
<u>Antwort:</u> Die Summe der Elemente von A beträgt <u>29</u>.

1994 8)

n	Anzahl der Teiler von n	n+24	Anzahl der Teiler von n+24
1	1	25	3
2	2	26	4
3	2	27	4
4	3	28	6
5	2	29	2
6	4	30	8
7	2	31	2
8	4	32	6
9	3	33	4
10	4	34	4
11	2	35	4
12	6	36	9

n	Anzahl der Teiler von n	n+24	Anzahl der Teiler von n+24
13	2	37	2
14	4	38	4
15	4	39	4
16	5	40	8
17	2	41	2
18	6	42	8
19	2	43	2
20	6	44	6
21	4	45	6
22	4	46	4
23	2	47	2
24	8	48	10

<u>Antwort:</u> Die kleinste natürliche Zahl n, die gleich viele Teiler wie n + 24 hat, ist <u>5</u>.

1994 9) Da der Gesamtpreis (259 S) als Einerziffer 9 hat, muss er 9 oder 19 oder ... oder 99 Früchte der billigsten Sorte kaufen.
99 solcher Früchte kann er nicht kaufen, weil dann die hundertste Frucht 160 S kosten würde.
Kauft er 89 solcher Früchte, so bleiben noch 11 Früchte zu insgesamt 170 S. Die Anzahl der Früchte zu 40 S kann 1, 2, 3 oder 4 betragen, die Anzahl der Früchte zu 10 S wäre dann 10, 9, 8 oder 7. Den Gesamtrestbetrag von 170 S erhält man nur, wenn man 2 Früchte zu je 40 S und 9 Früchte zu je 10 S kauft.
Würde er 79 Früchte der billigsten Sorte kaufen, so blieben 21 Früchte zu insgesamt 180 S übrig, was aber nicht möglich ist, weil 21 Früchte mindestens 210 S kosten müssten.
Ebenso schließt man aus, dass er weniger als 79 Früchte der billigsten Sorte kauft.
Es bleibt also als einzig mögliche
<u>Antwort:</u> Er hat <u>89</u> Früchte zum Stückpreis von 1 Schilling gekauft.

1994 10) Nach dem Pythagoreischen Lehrsatz ist a = 39 cm. Daher ist die Grundlinie c – a des schraffierten Teildreiecks 26 cm lang. Da dieses Dreieck und das Dreieck ABC die gleichen Höhen haben, verhalten sich ihre Flächeninhalte so wie ihre Grundlinien, also wie 26 : 65.
Daher ist nur noch die Frage zu beantworten: "Wie viele Prozent von 65 ist 26?"
Aus $\frac{26}{65} \cdot 100 = 40$ ergibt sich die
<u>Antwort:</u> <u>40</u> % der Dreiecksfläche sind schraffiert .

1995 1) Auf jeder Viereckseite gibt es einen Zwischenraum weniger als es Bäume gibt. Daher muss die Summe aller Anzahlen der Zwischenräume um 4 kleiner sein als die Summe aller Anzahlen der Bäume. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Die neue Summe ist <u>26</u>.
<u>Anmerkung:</u> Jeder der vier Eckbäume wurde zweimal gezählt. Auf dem Umfang des Rechtecks gibt es daher nur 30 – 4 = 26 Bäume, daher auch 26 Zwischenräume.

1995 2) Die Gesamtsumme aller Innenwinkel eines Vierecks beträgt 360°. Wenn das Viereck einen Umkreis hat und eine Diagonale durch den Mittelpunkt des Umkreises geht, dann hat das Viereck zwei rechte Winkel (Satz von Thales!). Die Summe der beiden anderen Winkel muss daher 180° sein. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der größte Winkel des Vierecks beträgt <u>99</u>° .
<u>Anmerkung:</u> Für Vierecke, die einen Umkreis haben, gilt immer, dass gegenüber liegende Winkel einander auf 180° ergänzen. Ein Spezialfall davon ist das Viereck aus unserer Angabe.

1995 3) Die Primfaktorzerlegung $804 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 67$ ist in der Angabe bereits vorgegeben.
Jeder echte Teiler von 804 ist daher entweder einer der drei verschiedenen Primteiler 2, 3, 67 oder ein Produkt von 2 oder 3 der vier Primfaktoren 2, 2, 3, 67.
Die Summe der Teiler von 804 ist daher:
$1 + (2 + 3 + 67) + (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 67 + 3 \cdot 67) + (2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 67 + 2 \cdot 3 \cdot 67) + 804 = 1904$.
<u>Antwort:</u> Die Summe aller Teiler der Zahl 804 ist <u>1904</u> .
<u>Anmerkung:</u> Man erhält die Zahl 1904 auch durch Berechnung von
$(1 + 2 + 2^2) \cdot (1 + 3) \cdot (1 + 67)$. Kannst Du das erklären?

1995 4) Wenn zwei Rechtecke eine Seite gemeinsam haben, verhalten sich ihre Flächeninhalte wie die Längen der anderen beiden Seiten.

Daher gilt $F_4 : F_3 = F_1 : F_2$. Daraus folgt $F_4 = \frac{F_1 \cdot F_3}{F_2} = \frac{143 \cdot 255}{195}$.

Es gilt also die
Antwort: F_4 = 187 cm^2.

1995 5) Für die erste Hypotenuse gilt nach dem Lehrsatz des Pythagoras $c_1^2 = 121 + 1 = 122$.
Für die weiteren Hypotenusen c_2, c_3, u.s.w. erhält man $c_2^2 = 122 + 1 = 123$,
$c_3^2 = 123 + 1 = 124$, u.s.w.
Daraus ist zu erkennen, dass für die n-te Hypotenuse c_n die Formel $c_n^2 = 121 + n$ gilt.
Aus $144 = 121 + n$ ergibt sich $n = 23$. Es gilt also die
Antwort: Beim 23. Dreieck ist die Hypotenuse 12 cm lang.

1995 6) Wenn jede Gruppe x S gewonnen hat, so erhält jeder Spieler der ersten Gruppe $\frac{x}{5}$ S und jeder Spieler der zweiten Gruppe $\frac{x}{6}$ S. Es gilt also die Gleichung $\frac{x}{5} - \frac{x}{6} = 1000$, die die Lösung $x = 30000$ hat. Daraus folgt die
Antwort: Jede Gruppe hat 30000 S gewonnen.

1995 7) Die angegebene Figur hat den gleichen Umfang wie das Quadrat mit 5 cm Seitenlänge, also 20 cm. Wenn sich die Flächeninhalte von ähnlichen Figuren wie 1 : 4 verhalten, so verhalten sich die Seitenlängen und damit auch die Umfänge wie 1 : 2. Der Umfang jeder Teilfläche ist daher halb so groß wie der Umfang der gegebenen Fläche. Daraus folgt die
Antwort: Der Umfang einer Teilfläche beträgt 10 cm .
Anmerkung: Für die angegebene Lösungsmethode ist es unerheblich, ob die von der Angabe behauptete Zerlegung der gegebenen Fläche in vier kongruente Teilflächen, die zur Gesamtfläche ähnlich sind, überhaupt möglich ist. Trotzdem solltest Du Dir überlegen, dass so eine Zerlegung wirklich möglich ist, weil im Falle der Unmöglichkeit dieser Zerlegung die Lösung sinnlos wäre. Kannst Du die Zerlegung einzeichnen?

1995 8) Für das Dreieck ABC gilt die Ungleichung $a + c > b$, weil der direkte Weg von A nach C kürzer als der Umweg über B ist.
Aus $17 + c > 25$ folgt $c > 8$. Da c ganzzahlig sein soll, erhält man als
Antwort: Die Seite c muss mindestens 9 cm lang sein.
Anmerkung: Wegen $9^2 + 17^2 < 25^2$ ist das Lösungsdreieck tatsächlich stumpfwinkelig.

1995 9) Auf die Parteien A, B, C entfielen a%, b%, c% aller abgegebenen Stimmen, die restlichen n% waren ungültig.
Aus $n + c = 30$, $n + a = 51$, $n + b = 41$ folgt durch Addition $3n + a + b + c = 122$.
Da $n + a + b + c = 100$ ist, ergibt sich daraus $2n = 22$.
Somit erhält man als
Antwort: 11 % aller abgegebenen Stimmen waren ungültig.

1995 10) Um den Flächeninhalt des Inkreissektors zu berechnen, muss man seinen Zentriwinkel ermitteln.
Für die beiden Basiswinkel des gleichschenkeligen Dreiecks ABC gilt
$\alpha = \beta = (180° - \gamma) : 2 = 54°$.
Da AM und BM die Winkelsymmetralen dieser beiden Basiswinkel sind, besitzt das gleichschenkelige Dreieck ABM zwei Basiswinkel der Größe 27°. Daher hat der gesuchte Zentriwinkel eine Größe von 126°.
Der gesuchte Flächeninhalt F* verhält sich zum gegebenen Flächeninhalt F wie 126 zu 360. Daraus ergibt sich $F^* = \frac{120 \cdot 126}{360}$ cm² und damit auch die
<u>Antwort:</u> Der schraffierte Kreissektor ist <u>42</u> cm² groß.

1996 1) Der Flächeninhalt soll um 36%, also auf das 0,64-fache verkleinert werden. Dazu muss man wegen $0{,}64 = 0{,}8^2$ den Radius auf das 0,8-fache, also auf 80%, verkleinern. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der Kopierer muss auf <u>80</u>% Verkleinerung eingestellt werden.
<u>Anmerkung:</u> Die Flächeninhalte ähnlicher Figuren verhalten sich wie die Quadrate ihrer Seitenlängen, Radien ...

1996 2) Aus der Summe der zweiten Spalte folgt: ♦ + ♠ = 25.
Daraus und aus der Summe der vierten Zeile folgt: ♣ = 30. Dann berechnet man aus der dritten Spalte ♥ = 6. Daraus folgt die Summe der ersten Spalte und damit die
<u>Antwort:</u> ? = <u>61</u>.

1996 3) Wie war doch mal die Angabe? Eine Zahl wurde vergessen ? Ach ja, das ist die
<u>Antwort:</u> Er hat die Zahl <u>713</u> vergessen.

1996 4) Die zu 111^3 und 113^3 nächstkleineren durch 7 teilbaren Zahlen sind $111^3 - 6 = 1367625$ und $113^3 - 1 = 1442896$. Da $1442896 = 206128 \cdot 7$ die 206128-te Zahl in der „Siebenerreihe" 7, 14, 21,... ist und $1367625 = 195375 \cdot 7$ die 195375-te Zahl, ergibt sich aus der Differenz der Platznummern 206128 - 195375 = 10753 die
<u>Antwort:</u> Zwischen den beiden Zahlen liegen <u>10753</u> durch 7 teilbare Zahlen .

1996 5) Die Seite BC ist gemeinsame Grundlinie der Dreiecke BCA und des schraffierten Dreiecks. Bei Dreiecken mit gemeinsamer Grundlinie verhalten sich die Flächeninhalte wie die zugehörigen Höhen. In unserem Fall verhalten sich diese Höhen wie $y : (y + x) = 3 : 8$. Daher ist der gesuchte Flächeninhalt 8-mal so groß wie ein Drittel von F. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt <u>16</u> cm².

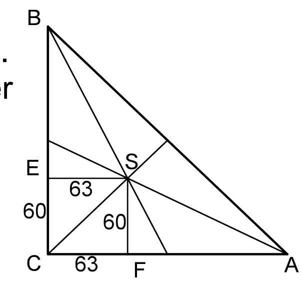
1996 6) Sei x die kleinere und y die größere der beiden Zahlen.
Dann gilt: $y – x = 25$ und $y^2 – x^2 = 2175$.
Weil $y^2 – x^2 = (y – x) \cdot (y + x)$ gilt, folgt $y + x = 2175 : 25 = 87$.
Da $(y – x) + (y + x) = 2 \cdot y$ ist, ergibt sich $y = (25 + 87) : 2 = 56$. Daher gilt die
<u>Antwort:</u> Die größere der beiden Zahlen ist <u>56</u>.

1996 Den Verkaufserlös (341 S) berechnet man so: Anzahl der verkauften Säckchen mal
7) Preis pro Sackerl. Also muss man 341 in zwei ganzzahlige Faktoren zerlegen: Von den beiden Möglichkeiten $341 = 1 \cdot 341$ und $341 = 11 \cdot 31$ widerspricht die erste der Angabe. Da der Sackerlpreis höher als 15 S war, musste er 31 S betragen und 11 Sackerln wurden im dritten Monat verkauft. Daher wurden im fünften Monat 15 Sackerln zum Preis von je 25 S verkauft. Der Verkaufserlös im fünften Monat betrug also $15 \cdot 25$ S = 375 S. Es gilt also die
Antwort: Im fünften Monat betrug der Verkaufserlös 375 S.

1996 Denkt man sich diese Zahlen untereinander geschrieben, so kommt sowohl an der
8) Zehner- als auch an der Einerstelle jede der sieben Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9 siebenmal vor, weil man jede dieser Ziffern mit jeder kombinieren kann.
Die gesuchte Summe ist also
$10 \cdot 7 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 + 9) + 7 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 + 9) = 11 \cdot 7 \cdot 32 = 2464$.
Daraus folgt die
Antwort: Die Summe beträgt 2464.
Anmerkung: Hätte Helga wirklich alle Zahlen untereinander geschrieben, wären es $7 \cdot 7 = 49$ Summanden gewesen.

1996 Die Dreiecke EBC und EAD sind ähnlich, entsprechende Seiten verhalten sich wie
9) 1 : 2. Da die Strecken AE und EB zusammen 9 m lang sind, ist die Strecke AE 3 m und die Strecke EB 6 m lang. Die Länge der Strecke ED beträgt $\sqrt{5}$ m (Pythagoras), die Strecke CD ist 3-mal so lang. Da die Strecke FB 2 m lang ist, kann man im Dreieck ABF die Länge der Hypotenuse AB ausrechnen: $\sqrt{4 + 9 \cdot 5} = 7$. Dann erhält man die
Antwort: Der kürzeste Weg von A nach B ist 7 m lang.

1996 Weil der Schwerpunkt S die Schwerlinien im Verhältnis 1 : 2 teilt,
10) teilen auch die Punkte E und F die Katheten in diesem Verhältnis. Die Katheten sind daher 180 cm bzw. 189 cm lang. Die Länge der Hypotenuse berechnet man mit dem Lehrsatz von Pythagoras: 261 cm. Dann berechnet man den Umfang.
Antwort: Der Umfang des Dreiecks beträgt 630 cm.



1997 Addiert man die Zahlen 320 und 265 aus der Angabe, so erhält man mehr als die
1) Gesamtzahl 500, da der Mittwoch zweimal gezählt wurde. Subtrahiert man dann 500, so bleibt die Anzahl der Besucher am Mittwoch übrig.
Also: $320 + 265 - 500 = 85$.
Antwort: Am Mittwoch haben 85 Personen die Ausstellung besucht.

1997 Nennen wir die gesuchte Zahl x.
2) $700000 + x$ erhalten wir, wenn wir die Ziffer 7 vor x stellen; $10x + 7$ erhalten wir, wenn wir die Ziffer 7 ans Ende von x stellen.
Aufgrund der Angabe gilt: $700000 + x = 5 \cdot (10x + 7)$.
Daraus folgt: $700000 + x = 50x + 35 \Rightarrow 699965 = 49x \Rightarrow x = 14285$.
Antwort: Die gesuchte fünfstellige Zahl ist 14285.

1997 3) Die Anzahl der Nüsse pro Kind muss ein Teiler von 65 und von 325 sein, also ein Teiler des größten gemeinsamen Teilers von 65 und 325; der ist 65. Die Teiler von 65 sind 1, 5, 13 und 65.
Würde jedes Kind nur 1 Nuss bekommen, so gäbe es 390 Kinder in einer Klasse; das wären wohl zu viele.
Würde jedes Kind 5 Nüsse bekommen, so gäbe es 78 Kinder in einer Klasse. Solche Klassen gibt es - Gott sei Dank - auch nicht in Wien.
Wenn jedes Kind 13 Nüsse bekommt, so gibt es 30 Kinder in der Klasse.
Würde jedes Kind 65 Nüsse bekommen, so gäbe es nur 6 Kinder in dieser Klasse: 1 Mädchen und 5 Knaben. So eine Klasse wäre zwar schön, ist aber laut Angabe ausgeschlossen. Daher bleibt als einzig mögliche
<u>Antwort:</u> In dieser Klasse gibt es <u>30</u> Kinder.

1997 4) AM und BM sind die Winkelsymmetralen von α und β. Daher gilt: $\angle ABM = 45°$ und $\angle BAM = \frac{\alpha}{2}$. Da die Winkelsumme des Dreiecks ABM 180° beträgt, folgt: $\frac{\alpha}{2} = 34°$. Der gesuchte Winkel δ ist zu $\alpha = 68°$ supplementär. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> δ = <u>112</u>°.

1997 5) Nennen wir die gesuchte Zahl x. Die Zahl x – 1 ergibt bei Division durch 5, 6 und 7 jeweils den Rest 0. Daher ist x – 1 ein Vielfaches von 5, 6 und 7. Da die gemeinsamen Vielfachen von 5, 6 und 7 die Zahlen 210, $2 \cdot 210$, $3 \cdot 210$, ... sind und x laut Angabe möglichst wenig über 320 liegen soll, ist $x = 2 \cdot 210 + 1 = 421$.
<u>Antwort:</u> Die gesuchte Zahl ist <u>421</u>.

1997 6) Rechts neben A steht die Summe von 112 und 96, also 208. Daher stehen in der zweiten Zeile von oben die Zahlen 134 + A und A + 208.
Also gilt die Gleichung: 500 = 134 + A + A + 208. Daraus ergibt sich die
<u>Antwort:</u> A = <u>79</u>.

1997 7) Nennen wir die Quaderkanten a, b und c. Die gegebenen Flächeninhalte sind $ab = 165$, $bc = 176$ und $ca = 240$. Multipliziert man diese Werte, so erhält man $ab \cdot bc \cdot ca = 165 \cdot 176 \cdot 240 = 6969600$. Wegen $ab \cdot bc \cdot ca = (abc)^2 = V^2$ ist
$V = \sqrt{6969600} = 2640$.
<u>Antwort:</u> Das Volumen des Quaders ist <u>2640</u> cm³ groß.

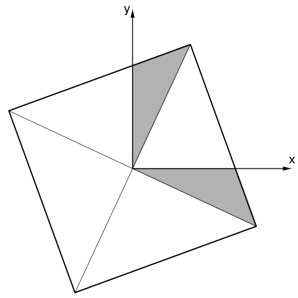
1997 8) Nennen wir die Anzahl seiner Tiere x; p Siebentel von x ist die Anzahl seiner Kühe.
Dann gilt: $\frac{x}{5} + \frac{px}{7} + 3 = x \Rightarrow 3 = x - \frac{x}{5} - \frac{px}{7} \Rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 7 = 35x - 7x - 5px \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{28 - 5p}$.
Damit der Nenner (und damit der ganze Bruch) nicht negativ wird, kommen für p nur die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 in Frage. Da nur für p = 5 der Bruch ganzzahlig wird, ergibt sich die einzig mögliche
<u>Antwort:</u> Der Bauer hat <u>35</u> Tiere.

1997 9) Die Seitenlänge des großen Quadrats ist gleich dem Durchmesser des Kreises, also gleich der Diagonalenlänge des kleinen Quadrats. Nennen wir die Seitenlänge des kleinen Quadrats x, so ist die Seitenlänge des großen Quadrats $x \cdot \sqrt{2}$. Der Flächeninhalt des großen Quadrats ($x^2 \cdot 2$) ist also doppelt so groß wie der des kleinen Quadrats (x^2), also auch doppelt so groß wie die Differenz der beiden Flächeninhalte ($x^2 \cdot 2 - x^2 = x^2$). Da die Differenz der Flächeninhalte 32 cm² beträgt, hat das große Quadrat 64 cm² Flächeninhalt, also 8 cm Seitenlänge.
<u>Antwort:</u> Die Seitenlänge des großen Quadrats beträgt <u>8</u> cm.

1997 10) Angenommen die Differenz zweier aufeinander folgender Zahlen wäre immer 2. Dann wären die Zahlen 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29 gemeint, deren Summe 200 beträgt. Um die Summe auf 202 zu erhöhen, muss die vorletzte Differenz auf 3 vergrößert werden; die letzten beiden Zahlen sind dann 28 und 30. Daher gilt die
Antwort: Die größte der zehn Zahlen ist 30.

1998 1) Die drei kleinsten Teiler von Annas Zahl sind 1, 2 und 3. Die drei größten Teiler sind 3 429 726 : 1 = 3 429 726, 3 429 726 : 2 = 1 714 863 und 3 429 726 : 3 = 1 143 242. Damit haben wir auch schon den gesuchten drittgrößten Teiler gefunden.
Antwort: Der drittgrößte Teiler von 3 429 726 ist 1 143 242.

1998 2) Die beiden grauen Dreiecke sind kongruent und daher ist der gesuchte Flächeninhalt ein Viertel des Flächeninhalts des gesamten Quadrats. Daraus folgt die
Antwort: Der Teil des Quadrats, der im 1. Quadranten liegt, ist 25 cm^2 groß.
Bemerkung: Der eingezeichnete Winkel (70°) ist für die Lösung der Aufgabe bedeutungslos.



1998 3) Denke dir die ein- und zweistelligen Zahlen durch vorangestellte Nullen zu „dreistelligen“ Zahlen ergänzt - dadurch ändert sich die Anzahl der Einser nicht - und alle Zahlen von 000 bis 599 so untereinander geschrieben, dass drei Spalten mit je 600 Ziffern entstehen. Siehe nebenan!
In der Einer- und Zehnerspalte gibt es jeweils 60 Einser, in der Hunderterspalte aber 100 Einser, insgesamt also 220 Einser.
Durch das Hinzufügen der Zahl 600 ändert sich die Zahl der Einser nicht. Daraus folgt die
Antwort: Die Ziffer 1 kommt dabei 220 - mal vor.

0	0	0
0	0	1
0	0	2
.	.	.
5	9	7
5	9	8
5	9	9

1998 4) Bezeichnet man Miete und Gehalt im Jahr 1997 mit m und g, so gilt: $\frac{m}{g} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$
Im Jahr 1998 beträgt das Gehalt $g \cdot 1{,}05$ und die Miete $m \cdot 1{,}02$. Daher kann der gesuchte Prozentsatz p so berechnet werden:
$$\frac{p}{100} = \frac{1{,}02 \cdot m}{1{,}05 \cdot g} = \frac{102}{105} \cdot \frac{m}{g} = \frac{34}{35} \cdot \frac{7}{20} = \frac{17}{50} = 0{,}34\,.$$
Also lautet die
Antwort: Auf die Miete entfallen jetzt 34 % des Gehalts.

1998 5) Die beiden grauen Dreiecke sind ähnlich, weil sie gleiche Winkel haben.
In ähnlichen Dreiecken verhalten sich die Flächeninhalte wie die Quadrate entsprechender Streckenlängen. Die zu den Rechteckseiten normalen Höhen verhalten sich daher wie die Quadratwurzeln aus den Flächeninhalten, also wie 10 : 4.
Da die Summe dieser beiden Höhen gleich der kürzeren Rechteckseite, also gleich 14 cm ist, sind die Höhen 10 cm und 4 cm lang.
Aus der Flächeninhaltsformel für das größere Dreieck ergibt sich, dass die gesuchte Rechteckseite 20 cm lang ist. Also gilt die
Antwort: Die längere Seite des Rechtecks ist 20 cm lang.

1998 6) Die Zahl 10^{48} = 100..00 besteht aus einem Einser und 48 Nullen. Subtrahiert man davon 1, so erhält man 999..99, eine Zahl mit 48 Neunern. Denkt man sich diese Zahl auf 24 Paare zu je zwei Neunern aufgeteilt, so ist zu erkennen, dass die Division dieser Zahl durch 99 den Quotienten 10101...0101 liefert, der aus 23 Paaren „10“ und einem abschließenden Einser besteht. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Diese Zahl hat <u>23</u> Nullen.

1998 7) Um 0.00 Uhr waren beide Zeiger in gleicher Position. Der Stundenzeiger dreht sich in 12 Stunden um 360°, daher in 1 Stunde um 30°, in 10 Minuten um 5°, also zwischen 0.00 Uhr und 1.10 Uhr um 35°. Der Minutenzeiger dreht sich in 1 Stunde um 360°, daher in 10 Minuten um 60°, also zwischen 0.00 Uhr und 1.10 Uhr um 360°+60°. Er hat während dieser Zeit den Stundenzeiger einmal überholt und um 1.10 Uhr einen Vorsprung von 60° – 35°=25° erreicht. Daher lautet die
<u>Antwort:</u> Die Zeiger schließen einen Winkel von <u>25</u>° ein.

1998 8) Um unter den 100 in Frage kommenden Zahlen 50223006, 50223016 ... 50223996 die durch 1998 teilbare Zahl heraus zu suchen, kann man die kleinste und die größte dieser Zahlen durch 1998 dividieren. Die beiden Quotienten 25136,6... und 25137,1... lassen erkennen, dass von den möglichen Zahlen nur 25137 · 1998 = 50223726 durch 1998 teilbar ist. Da diese Zahl auch durch 19 und durch 98 teilbar ist, folgt die
<u>Antwort:</u> Die fehlenden Ziffern, als Zahl ~# geschrieben, ergeben <u>72</u> .

1998 9) Denk an das händische Multiplizieren und du erkennst, dass die Einerziffer eines Produkts nur von den Einerziffern der Faktoren abhängt. Die Einerziffern von 1998^2, 1998^3, 1998^4, 1998^5, 1998^6 ... sind daher 4, 2, 6, 8, 4, ... und wiederholen sich periodisch. 1998^{101} hat daher dieselbe Einerziffer wie 1998^{97}, 1998^{93}, ... 1998^5, also die Einerziffer 8. Daraus ergibt sich die
<u>Antwort:</u> Das Zahlenmonster hat die Einerziffer <u>9</u>.

1998 10) Da die Seite AD den Halbkreis berührt, ist der durch den Berührungspunkt gehende Radius zu AD normal und daher zu AB parallel. Er hat die Länge $r = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} = 4\text{cm}$.
Wenn du nun die Seite DC über C hinaus verlängerst und die Seite AD durch den Mittelpunkt des Halbkreises verschiebst, so entsteht ein zum Trapez ABCD flächengleiches Rechteck mit den Seitenlängen 4 cm und 7 cm. Daraus ergibt sich die
<u>Antwort:</u> Der Flächeninhalt beträgt <u>28</u> cm^2.

1999 1) Da 101 eine Primzahl ist, ist jede Quadratzahl, die durch 101 teilbar ist, auch durch 101^2 (= 10201) teilbar. Daher ist der gesuchte Gesamtbetrag das 10201-fache einer Quadratzahl, also 10201 · 1 oder 10201 · 4 oder 10201 · 9, u. s. w.
10201 · 1 ist zu klein, 10201 · 9 ist zu groß, also werden 10201 S · 4 = 40804 S aufgeteilt. Dividiert man diesen Betrag durch 101, so erhält man die
<u>Antwort:</u> Jeder Teilnehmer bekommt <u>404</u> S zurück.

1999 2) Ein rechtwinkeliges Dreieck mit dem Winkel 30° kann als halbes gleichseitiges Dreieck aufgefasst werden. Daher ist die Kathete, die diesem Winkel gegenüber liegt, halb so groß wie die Hypotenuse. Die Rechteckseiten verhalten sich demnach wie 2 : 1. Aus $l = 2t$ und $b = t$ folgt: $F = 2t^2 = 242$. Aus $t^2 = b^2 = 121$ folgt die
<u>Antwort:</u> Die kürzere Seite des Rechtecks ist <u>11</u> cm lang.

1999 3) Wir gehen von der Primfaktorzerlegung von 2196 aus: $2196 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 61$. Da der Händler auf Grund der Preisreduktion weniger als 50 S pro Hase erhielt, kann 61 kein Teiler des Preises sein, sondern muss ein Teiler der Anzahl der Hasen sein. Die Hasenanzahl kann aber auch nicht größer als 61 sein, weil der Händler ja nur 120 Hasen hatte, und $61 \cdot 2$ wäre bereits 122. Daher hat er 61 Hasen zum Preis von je 36 S verkauft. Also gilt die
<u>Antwort:</u> Die Fabrik zahlte für jeden Hasen <u>36</u> S.

1999 4) Verbindet man die Mittelpunkte des kleinen Kreises, des großen Halbkreises und eines der beiden gleich großen Halbkreise, so erhält man ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seitenlängen R + r, R und 2R - r.
Für R = 36 cm erhält man mit Hilfe des Lehrsatzes von Pythagoras folgende Gleichung: $(r + 36)^2 = (72 - r)^2 + 36^2$. Durch Äquivalenzumformungen erhält man die
<u>Antwort:</u> Der Radius r des Vollkreises beträgt <u>24</u> cm.

1999 5) Sei x die ursprüngliche Anzahl der Schüler in der Klasse. Dann betrug damals die Gesamtgröße (= Summe aller Größen) der Schüler $170{,}5 \cdot x$. Nach dem Austritt eines Schülers betrug sie nur mehr $170{,}5x – 186$. Diese neue Gesamtgröße kann man auch mit $170 \cdot (x – 1)$ ausdrücken.
Aus der Gleichung $170{,}5x – 186 = 170(x – 1)$ folgt $x = 32$.
<u>Antwort:</u> Ursprünglich waren <u>32</u> Schüler in der Klasse.

1999 6) Sei x die Seitenlänge von D, dann ist 3x die Seitenlänge von C, 4x die Seitenlänge von B und 7x die Seitenlänge von A. Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt also $3x^2 + 9x^2 + 16x^2 + 49x^2 = 77x^2 = 308\ cm^2$. Also ist x = 2 cm, und die Seitenlänge von C beträgt 6 cm. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der Flächeninhalt von C beträgt <u>36</u> cm^2.

1999 7) Im Quadrat muss natürlich die Summe aller Zeilensummen genauso groß sein wie die Summe aller Spaltensummen, nämlich gleich der Summe aller 25 Zahlen des Quadrats. Daraus folgt, dass die fehlende Zahl links unten so berechnet werden kann: $8 + 9 + 7 + 8 – 1 – 9 – 9 = 13$.
<u>Antwort:</u> Links unten steht die Zahl <u>13</u>.

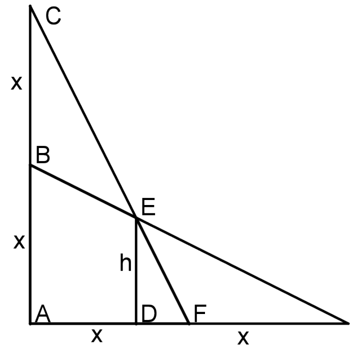
1999 8) Da insgesamt 3400 S ausgegeben wurden und die beiden männlichen Familienmitglieder zusammen so viel wie die beiden weiblichen ausgegeben haben, entfielen auf die beiden weiblichen zusammen 1700 S. Der Vater hat daher 700 S ausgegeben und der Sohn 1000 S. Wäre der Vater das älteste Familienmitglied, so hätte ein weibliches Familienmitglied 800 S ausgegeben und das andere 900 S. Dann hätte aber das älteste Familienmitglied am wenigsten ausgegeben. Also ist die Mutter das älteste Familienmitglied. Da die Tochter um 100 S mehr ausgegeben hat als das älteste Familienmitglied, hat die Mutter 800 S und die Tochter 900 S ausgegeben.
<u>Antwort:</u> Die Tochter hat <u>900</u> S ausgegeben.

1999 9) Sei a die Zahl mit der kleineren Einerziffer. Wenn die Einerziffer von a + b gleich 3 ist, gibt es folgende Möglichkeiten:

Einerziffer von a	Einerziffer von b	Einerziffer von a·b
0	3	0
1	2	2
4	9	6
5	8	0
6	7	2

Man muss daher die Zahl 4256 in ein Produkt zerlegen, bei dem der eine Faktor die Einerziffer 4 und der andere die Einerziffer 9 hat. Aus der Primfaktorzerlegung von 4256 ($= 2^5 \cdot 7 \cdot 19 = 32 \cdot 7 \cdot 19$) folgt a = 224 und b = 19.
Daraus ergibt sich die
Antwort: Die Summe a + b beträgt 243.

1999 10) Die Dreiecke AFC und DFE sind ähnlich. Daher gilt:
$2x : h = x : (x - h)$. Daraus folgt $h = \frac{2x}{3} = 2$ cm. Das Viereck AFEB besteht aus einem Quadrat mit der Seitenlänge h und zwei rechtwinkeligen Dreiecken mit den Kathetenlängen h und x – h. Daraus ergibt sich die
Antwort: Der Flächeninhalt beträgt 6 cm^2.



2000 1) Wenn der Platz mit der Nummer 23 dem Platz mit der Nummer 67 genau gegenüber liegt, so ist 67 – 23 = 44 genau die halbe Anzahl der Plätze. Daher gilt die
Antwort: An dem Tisch haben 88 Personen Platz.

2000 2) 13 und 15 sind offensichtlich die beiden kleineren von Annas vier Zahlen, 73 muss die Summe der beiden größeren sein. Die Summe aller vier Zahlen ist also 28 + 73 = 101.
Daraus folgt die
Antwort: Die Summe von Annas vier Zahlen ist 101.
Anmerkung: Annas Zahlen sind 13, 15, 29 und 44. Die Zahl 44 kommt sowohl bei den ausgedachten Zahlen als auch bei den Summen vor.

2000 3) Sei eine Ziege z-mal so schwer und ein Schwein s-mal so schwer wie ein Huhn. Dann gilt: 2z + s = 120 und 63 + z = s. Daraus folgt z = s – 63 und daher 2(s – 63) + s = 120. Es gilt also 2s – 126 + s = 120, also 3s = 246. Daher gilt s = 82. Daraus folgt die
Antwort: Ein Schwein ist so schwer wie 82 Hühner.

2000 4) Die Strecke CM ist die Winkelsymmetrale von γ, weil die Seiten AC und BC den kleinen Halbkreis berühren. Weil aber MC und MB Radien im großen Halbkreis sind, ist das Dreieck CMB gleichschenkelig und daher β halb so groß wie γ, also 51°. Da die Summe der Innenwinkel des Dreiecks 180° beträgt, ist $\alpha = 180° - \beta - \gamma = 27°$. So erhält man die
Antwort: α = 27 °.

2000 5) Die doppelt überdeckte Fläche ist ein halber Rhombus mit der Höhe b. Da die Querlinie des Streifens und der Rand des darüber gefalteten Teiles einen Winkel von 60° bilden, hat die Seite des Rhombus die Länge 2b. Der Flächeninhalt ist daher b^2. Setzt man für b 72 mm ein, erhält man die
Antwort: Die doppelt überdeckte Fläche ist 5184 mm² groß.

2000 6) Das kleinste Quadrat setzt sich aus zwei gleichschenkelig - rechtwinkeligen Dreiecken zusammen. Die Fläche eines solchen Dreiecks lässt sich insgesamt 191-mal in die gesamte Figur einpassen. Daher ist die Gesamtfläche der Figur $191 \cdot 2$ cm². Daraus folgt die
Antwort: Der Flächeninhalt der gesamten Figur beträgt 382 cm².

2000 7) Da die Uhren am Anfang die gleiche Zeit zeigen, pro Stunde 3 Minuten Zeitdifferenz aufbauen und am Ende 33 Minuten Zeitdifferenz anzeigen, sind in der Zwischenzeit 11 Stunden vergangen. In dieser Zeit ist Antons Uhr um 11 Minuten vorausgegangen, daher ist die richtige Uhrzeit also 8.03. Daraus folgt die
Antwort: Die beiden kommen um 3 Minuten zu spät.

2000 8) Am Anfang waren 97 rote und 3 andere Kugeln im Sack. Diese drei Kugeln bleiben im Sack und machen am Ende 4% aller Kugeln aus; daher sind am Ende insgesamt $3 \cdot 25 = 75$ Kugeln im Sack. Daraus folgt die
Antwort: Man muss 25 rote Kugeln aus dem Sack herausnehmen.

2000 9) In den Kästchen fehlen noch die Ziffern 3, 5, 8 und 9. Für den zweiten Faktor bei der Multiplikation kommt nur 35, 38 oder 39 in Frage, weil schon $26 \cdot 50 = 1300$ größer als 1047 ist. Die stark umrandete Zahl muss also $1047 - 26 \cdot 35 = 137$ oder $1047 - 26 \cdot 38 = 59$ oder $1047 - 26 \cdot 39 = 33$ sein. Davon kommt nur eine Möglichkeit in Frage, also gilt die
Antwort: Die gesuchte zweistellige Zahl ist 59.

2000 10) Spiegelt man den Punkt B an der Geraden OP so erhält man einen Punkt B'. Spiegelt man A an OQ, so erhält man A'. Wegen des Reflexionsgesetzes ("Einfallswinkel = Reflexionswinkel") ist der Weg des Lichtstrahls dann genauso lang wie die Hypotenuse des Dreiecks A'B'A. Dieses Dreieck hat die Kathetenlängen 15 cm bzw. 20 cm und daher die Hypotenusenlänge 25 cm. Daraus ergibt sich die
Antwort: Der Weg des Lichtstrahls ist 25 cm lang.

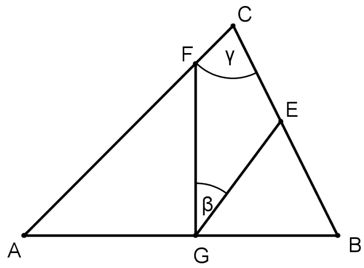
2001 1) Da der Osterhase möglichst wenige Kartons verbrauchen möchte, wird er versuchen, möglichst viele Zwölferkartons und möglichst wenige Achterkartons zu verwenden. Ohne Achterkarton geht es nicht, da 275 kein Vielfaches von 3 ist. Verwendet er einen Achterkarton, verbleiben ihm 267 Eier für die Zwölfer- und Neunerkartons. Nun packt er so lange Neunerkartons voll, bis die Anzahl der verbleibenden Eier durch 12 teilbar ist: $267 - 3 \cdot 9 = 240$, $240 : 12 = 20$. Daraus ergibt sich die
Antwort: Der Osterhase benötigt mindestens 24 Kartons.

2001 2) Die Schätzung 39 unterscheidet sich um 15 von der Schätzung 24. Daher ist eine der beiden Schätzungen um 6 und die andere um 9 Jahre falsch. Die Lehrerin ist daher entweder 30 oder 33 Jahre alt. Nur 30 unterscheidet sich von der Schätzung 27 bzw. 31 um 3 bzw. 1 und ist daher die Lösung.
Antwort: Die Lehrerin ist 30 Jahre alt.

2001 3) Der Zaun in der ersten Version besteht aus 24 Latten und 23 Zwischenräumen mit je 96mm, ist also insgesamt 47 · 96 mm = 4512 mm lang.
25 Latten sind insgesamt 25 · 96 mm = 2400 mm breit, daher bleiben für 24 Zwischenräume 4512 mm – 2400 mm = 2112 mm übrig, also pro Zwischenraum 2112 mm : 24 = 88 mm. Das ergibt die
Antwort: Die Zwischenräume sind dann 88 mm breit.

2001 4) Wenn man davon ausgeht, dass bei je drei aufeinander folgenden Würfen nie ein Ergebnis doppelt vorgekommen ist, so wird das Gesamtergebnis möglichst groß, wenn Anna 6, 5, 4, 6, 5, 4, 6, ... gewürfelt hat. Der 2002. Wurf dieser Serie ist ein Sechser, und die Gesamtsumme beträgt 668 · 6 + 667 · 5 + 667 · 4=10011. So erhält man die
Antwort: Die Summe der Würfelergebnisse kann höchstens 10011 betragen.

2001 5) Benennen wir den Winkel bei A mit α und den Winkel bei B mit ε. Dann gilt $\alpha + \varepsilon = 180° - \gamma$.
Die Dreiecke EGB und FAG sind gleichschenkelig mit den Grundlinien EB bzw. FA. Daher ist im Viereck GECF der Winkel bei E gleich $180° - \varepsilon$ und der Winkel bei F gleich $180° - \alpha$. Da die Winkelsumme im Viereck 360° beträgt, gilt
$\beta = 360° - \gamma - (180° - \varepsilon) - (180° - \alpha) = -\gamma + \alpha + \varepsilon =$
$= -\gamma + 180° - \gamma = 180° - 2\gamma = 52°$. Daraus folgt die
Antwort: β = 52 °



2001 6) Da die sechs Reifen gleich lang gefahren werden und immer vier Reifen am Auto montiert sind, ist jeder einzelne Reifen vier Sechstel der Strecke montiert.
5100 km : 6 · 4 = 3400 km. Daher gilt die
Antwort: Jeder Reifen ist 3400 km lang montiert.

2001 7) Wird der Preis um 25%, also um ein Viertel erhöht, so beträgt er fünf Viertel des ursprünglichen Preises. Nach einer nochmaligen Erhöhung um 25% beträgt er also fünfundzwanzig Sechzehntel davon. Wird er jetzt um 50%, also um die Hälfte, reduziert, so erhalten wir fünfundzwanzig Zweiunddreißigstel des ursprünglichen Preises, das sind um sieben Zweiunddreißigstel weniger. Daher war der ursprüngliche Preis zweiunddreißig Siebentel von 700 S. Daraus folgt die
Antwort: Das TV-Gerät kostete ursprünglich 3200 S.

2001 8) Diese Dreiecke sind gleichschenkelig mit der Schenkellänge r. Errichtet man die Höhe h auf einen Schenkel, so gilt $h \leq r$. Der Fall $h = r$ tritt genau dann ein, wenn die Höhe mit dem zweiten Schenkel zusammenfällt, wenn also das Dreieck rechtwinkelig ist. In diesem Fall ist sein Flächeninhalt gleich $\frac{r^2}{2}$. Daraus ergibt sich die
Antwort: So ein Dreieck kann höchstens 3872 mm² Flächeninhalt haben.

2001 9) Wenn der Quotient so groß ist wie der Rest, muss er kleiner sein als der Divisor. Da 323 = 17 · 19 ist, muss der Divisor also größer als 17 sein. 323 : 18 = 17 (17 bleibt Rest). Daraus folgt die
Antwort: Der Divisor ist 18.

2001 10) Gestern ist er nach 30 km eingeschlafen, wurde aber nach 60 km geweckt. Nach 100 km konnte er endlich wieder einschlafen. Insgesamt hat er also 30 km + 20 km = 50 km geschlafen.
Daraus ergibt sich die
Antwort: Er hat 50 km verschlafen.

2002 1) Wenn sich der Umfang des Sechsecks um 102 mm vergrößert, wird die Sechseckseite um 102mm : 6 = 17mm größer. Da bei einem regelmäßigen Sechseck der Umkreisradius so groß ist wie die Seite, gilt die
Antwort: Der neue Umkreisradius ist um 17 mm größer als der alte.
Anmerkung: Aus dem angegebenen Flächeninhalt könnte man zwar die Seite des Sechsecks ausrechnen, aber das ist, wie man aus der obigen Lösung erkennt, nicht notwendig und mit den meisten Taschenrechnern auch nicht (genau genug) möglich.

2002 2)

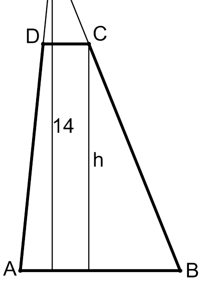
```
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .   :   3   =   3 7 0 3 . . .
  2 1
    0 1
      1 1
        2 . . .
```

Wenn man eine große Zahl, die aus lauter Einsern besteht, durch 3 dividiert, erkennt man, dass sich im Quotienten die Ziffern 3, 7 und 0 immer wieder der Reihe nach wiederholen. Der Quotient der angegebenen Zahl besteht aus 97 Ziffern. Die 97. Ziffer ist so wie die erste Ziffer, also 3. Daher gilt die
Antwort: Die Einerziffer des Quotienten ist 3.

2002 3) Angenommen ein Ei kostet x €. Dann hat er 40 · x € für alle Eier ausgegeben. Wenn jedes Ei um 20% billiger wäre, würde es nur 80% von x, also 0,8 · x € kosten. Wenn wir sein ganzes Geld durch den Preis für ein Ei dividieren, erhalten wir die Anzahl der Eier, die er kaufen könnte: (40 · x) : (0,8 · x) = 40 : 0,8 = 50. Daraus folgt die
Antwort: Von den billigeren Eiern könnte er 50 Stück kaufen.

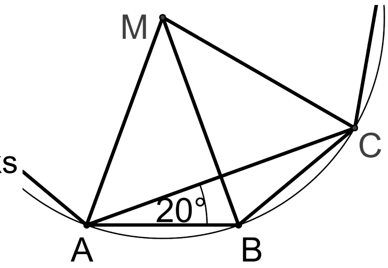
2002 4) Nennen wir die erste Zahl x.
Dann ist die zweite Zahl 2x – 32, die dritte Zahl 2 · (2x – 32) – 32 = 4x – 96, die vierte Zahl ist 2 · (4x – 96) – 32 = 8x – 224 und die fünfte Zahl ist 2 · (8x – 224) – 32 =
= 16x – 480. Diese Zahl ist 6-mal so groß wie x, also gilt die Gleichung
6x = 16x – 480, welche die Lösung x = 48 hat.
Antwort: Karlis erste Zahl war 48.

2002 5)



Aus der Angabe folgt, dass die Dreiecke ABE und DCE ähnlich sind und dass der Flächeninhalt des großen Dreiecks 49 cm² beträgt. Bei ähnlichen Dreiecken verhalten sich die Flächeninhalte wie die Quadrate entsprechender Strecken, z.B. wie die Quadrate entsprechender Höhen. Daher gilt $14^2 : (14 – h)^2 = 49 : 4$ oder 14 : (14 – h) = 7 : 2. Aus dieser Gleichung folgt 2 · 14 = (14 – h) · 7 oder 7h = 70 oder h = 10.
Es gilt also die
Antwort: Trapezhöhe = 10 cm.

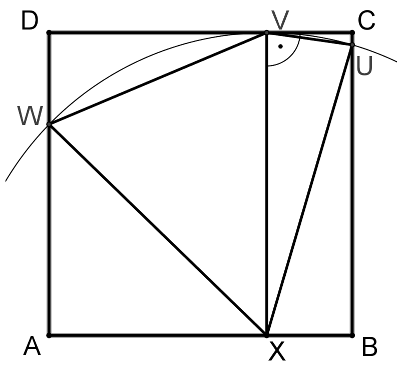
2002 6) Der Winkel ACB ist genau so groß wie der Winkel CAB, also 20°. Daraus folgt, dass der Winkel ABC 140° beträgt und daher die beiden gleich großen Winkel MBA und MAB je 70° betragen. Daraus ergibt sich der Winkel AMB mit 40°. Dieser Winkel im Mittelpunkt des regelmäßigen n-Ecks ist aber der n-te Teil von 360°, also ist n = 9.
Antwort: Das n-Eck hat 9 Eckpunkte.



2002 7) Wenn die Einerziffer größer als 0 und fünfmal so groß wie die Zehnerziffer ist, so kann die Einerziffer nur 5 und die Zehnerziffer nur 1 sein. Nennen wir die Hunderterziffer h, so ist die Zahl 100h + 15. Vertauscht man die Einer- und die Hunderterziffer, so erhält man die Zahl 510 + h, die um 99 größer ist als die ursprüngliche Zahl. Aus der Gleichung 510 + h = 99 + 100h + 15 folgt h = 4. Daraus ergibt sich die
Antwort: Andreas Lieblingszahl ist 415.

2002 8) Nennen wir die Zahl im Feld links oben y und die gesuchte Zahl x. Da das Produkt in der ersten Zeile so groß ist wie das Produkt in der Diagonale, folgt $y \cdot 36 \cdot 2 = x \cdot 6 \cdot y$. Daher ist $36 \cdot 2 = 6 \cdot x$ und x ist daher 12. So erhält man die
Antwort: Im stark umrandeten Feld steht die Zahl 12.

2002 9) Weil der Kreisradius so groß ist wie die Seitenlänge des Quadrats, berührt der Kreis das Quadrat im Punkt V; die Strecke VX steht normal auf AD und ist 22 cm lang. Der Flächeninhalt des Dreiecks VXU ist halb so groß wie der des Rechtecks VXCD. Dasselbe gilt für das Dreieck XVW und das Rechteck XVAB. Der Flächeninhalt des Vierecks UVWX ist daher halb so groß wie der des Quadrats, also 242 cm². Daraus folgt die
Antwort: Der Flächeninhalt des Vierecks UVWX beträgt 242 cm².



2002 10) Wenn bei sechs Fußballmannschaften jede genau einmal gegen jede andere spielt, so sind das insgesamt 15 Spiele. Wenn kein einziges dieser Spiele unentschieden enden würde, gäbe es in der Tabelle insgesamt $15 \cdot 3 = 45$ Punkte. Bei jedem Unentschieden geht in der Tabelle ein Punkt „verloren“. In der Tabelle aus der Angabe gibt es insgesamt nur 35 Punkte.
Daraus ergibt sich die
Antwort: Es gab 10 unentschiedene Spiele.

2003 1) Wenn die Jahreszahl durch 15 teilbar sein soll, muss die Einerziffer 0 oder 5 sein und die Ziffernsumme durch 3 teilbar sein. Es kommen also nur die Jahreszahlen 1605, 1620, 1635, 1650, 1665, 1680 und 1695 in Frage. Diese Zahlen haben die Ziffernsummen 12, 9, 15, 12, 18, 15 und 21. Da die kleinste derartige Jahreszahl gesucht wird, gilt die
Antwort: Die gesuchte Jahreszahl ist 1635.

2003 2) Nennen wir die Masse eines Zylinder z, die Masse eines Kegel k, die Masse einer Pyramide p und die Masse eines Würfels w. Dann gilt:

$$z = k + p$$
$$z + k = w$$
$$2w = 3p$$

Aus der zweiten und der dritten Zeile folgt 3p = 2z + 2k und aus der ersten Zeile folgt 3p = 3z – 3k. Es gilt daher 2z + 2k = 3z – 3k. Daraus folgt z = 5k. Daher gilt die
Antwort: 5 Kegel sind so schwer wie ein Zylinder.

2003 3) Die folgende Tabelle gibt die Nummern der Klimmzüge und die nach jedem Klimmzug noch vorhandene Kraft (gerundet, in Krafteinheiten) an:

1	2	3	4	5	6
2700	2430	2187	1968	1771	1594

Ab dem siebenten Klimmzug kostet jeder weitere 170 Krafteinheiten, weil 10% von 1594 kleiner ist als 170. Da 1594 : 170 = 9,3... ist, reichen 1594 Krafteinheiten für neun weitere Klimmzüge. Daraus folgt die
Antwort: Er kann 15 vollständige Klimmzüge machen.

2003 4) Die gesuchte lange Zahl ist $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10^{18}$. Dividiert man diese Zahl durch 9 und multipliziert man dann mit 4, so erhält man $320 \cdot 10^{18}$. Also gilt die
Antwort: Die gesuchte zweistellige Zahl ist 32.

2003 5) Die Differenz der Flächeninhalte der beiden Dreiecke ist so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks DCB. Dieser Flächeninhalt ist $\frac{z.x}{2}$ = 81 cm². Es gilt also die
Antwort: Die Differenz der Flächeninhalte beträgt 81 cm^2.
Anmerkung: Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras kann man auch die Länge der Strecke AD ausrechnen und dann die Flächeninhalte der Dreiecke ABC und ABD ermitteln. Für die Beantwortung der Frage ist das aber völlig überflüssig.

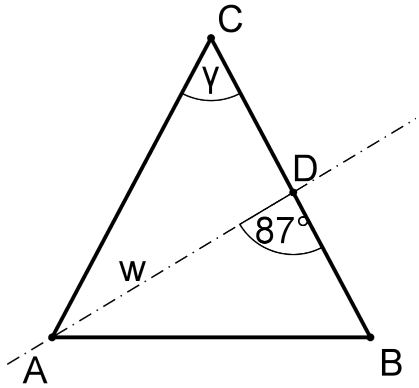
2003 6) Die Fläche, die man in der Zeichnung sieht, hat den gleichen Umfang wie das ursprüngliche Quadrat. Ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 169 cm² hat eine Seitenlänge von 13 cm und daher einen Umfang von 52 cm.
Antwort: Die dargestellte Fläche hat 52 cm Umfang.

2003 7) Das Kärtchen mit der Zahl 50 kommt schon in der ersten Reihe bei den durch 2 teilbaren Zahlen vor. Nach diesem Kärtchen gibt es in dieser Reihe noch 25 weitere Kärtchen. In der zweiten Reihe folgen die durch 3 teilbaren Zahlen. Da jede zweite durch 3 teilbare Zahl gerade ist, gibt es 17 Kärtchen in dieser Reihe (mit den Zahlen 3, 9, 15, ..., 99). Anschließend folgt die dritte Reihe mit den durch 5 teilbaren Zahlen, die noch nicht vergeben sind, das sind 5, 25, 35, 55, ... Wegen 25 + 17 + 3 = 45 ergibt sich die
Antwort: Dazwischen liegen 45 Kärtchen.

2003 8) Wenn der Durchmesser der größeren Torte 1,5-mal so groß ist wie jener der kleineren Torte, so ist die Grundfläche der größeren Torte und damit – weil die Höhen gleich sind – auch das Volumen und die Masse $1{,}5^2 = 2{,}25$-mal so groß wie bei der kleineren Torte. Setzt man die Massen der Tortenstücke gleich, so erhält man aus $\frac{m}{8}=\frac{m.2{,}25}{x}$ die Lösung $x = 8 \cdot 2{,}25 = 18$.
Antwort: Die größere Torte muss in 18 Stücke geteilt werden.

2003 9) Die Summe aller vier Zahlen in den Kästchen beträgt 29 + 30 = 59. Daher steht in der letzten Zeile: 21 + 38 = 59. Wenn man weiß, dass 19 die größte vorkommende Zahl ist, kann man 38 nur so in zwei Summanden zerlegen: 19 + 19 = 38. Daher sind die restlichen Zahlen 10 und 11. Daraus folgt die
Antwort: Die kleinste der vier Zahlen ist 10.

2003 10) Da das Dreieck gleichschenkelig ist, sind die Winkel α und β gleich groß. Der Winkel $\angle DAB$ ist halb so groß wie α. Aus der Winkelsumme im Dreieck ABD erhält man die Gleichung $180° = 87° + 1{,}5 \cdot \alpha$, aus der man α ausrechnen kann: $\alpha = 62°$. Aus der Winkelsumme im Dreieck ABC kann man dann γ berechnen: $\gamma = 180° - 2 \cdot \alpha$. Daraus ergibt sich die
Antwort: γ = 56°



2004 1) Da die beiden Dreiecke gleichen Umfang haben, gilt $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AD}+\overline{DC}$, also $12m+\overline{BC}=9m+18m$. Daraus folgt die
Antwort: Die Länge der Strecke BC beträgt 15 m.

2004 2) Aus der Bedingung $0 < e < h < n < z$ folgt, dass die Zahlen e, h, n und z verschieden groß sein müssen. Die einzige Möglichkeit, in die Gleichung $z \cdot e + h \cdot n = 10$ vier verschiedenen Zahlen einzusetzen, ist e = 1, h = 2, n = 3 und z = 4. Setzt man diese Zahlen in den Term $e \cdot h \cdot n + z$ ein, so erhält man die
Antwort: $e \cdot h \cdot n + z = 10$.

2004 3) Wenn man zur Zahl 5 die Zahl 5 addiert und das Ergebnis durch 2 dividiert, so erhält man wieder 5. Da 5 die einzige Zahl mit dieser Eigenschaft ist, muss 5 auch die gesuchte Zahl sein.
Antwort: Die Anfangszahl lautet 5 .

2004 4) Wenn man das Würfelnetz faltet, so erhält man einen Würfel, bei dem die Zahlen 21 und 25, 23 und 24, sowie 22 und 26 einander gegenüber liegen.
Die größtmögliche Summe ist daher 22 + 26. Das ergibt die
Antwort: Die gesuchte Summe ist 48 .

2004 5)
- ✓ Die erste Eigenschaft trifft auf die Zahlen 5, 6, 7 und 8 zu.
- ✓ Die zweite Eigenschaft trifft auf die Zahlen 11, 12 und 13 zu.
- ✓ Die dritte Eigenschaft gilt für ... –8, -4, 0, 4, 8, 12, ...
- ✓ Die vierte Eigenschaft gilt für 1, 9, 25, 49, ...

Die einzige Zahl, auf die zwei Eigenschaften zutreffen, ist 8. Für 8 sind zwei Eigenschaften gültig, die anderen beiden nicht. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Die gesuchte Zahl ist <u>8</u>.

2004 6) Das Zwanzigfache von 210 ist 4200. Ein Achtundvierzigstel von 4200 ist 87,5. Der fünfte Teil von 87,5 ist 17,5. Das Vierfache von 17,5 ist 70. Das Neunfache von 70 ist 630. Die Hälfte von 630 ist 315. Daher gilt die
<u>Antwort:</u> Die Rechnung ergibt die Zahl <u>315</u>.

2004 7) Wenn du die angegebenen Zahlen zusammenzählst, so kommt jede Viereckseite dreimal vor. (Die Seite a kommt z.B. in den Summen a + b, a + c und a + d vor.) Wenn du daher die Summe der angegebenen Zahlen durch 3 dividierst, so erhältst du den Umfang des Vierecks: (23 + 25 + 26 + 28 + 29 + 31) : 3 = 54.
<u>Antwort:</u> Der Umfang des Vierecks beträgt <u>54</u> cm.
<u>Anmerkung:</u> Wenn du versuchst, die Längen der Viereckseiten aus zurechnen, so wirst du feststellen, dass die Angabe nicht eindeutig ist. Du erhältst zwei mögliche Lösungen für die Viereckseiten: 10, 13, 15 und 16cm oder 11, 12, 14 und 17cm.

2004 8) Nennen wir die Anzahl der Briefpartner von Adam, Bert, Carl und Detlev a, b, c und d. Dann gilt: a + c = 23 · b + c = 13 · a + d = 13 · a + b > 13.
Aus den ersten beiden Gleichungen folgt, dass a um 10 größer als b ist, also muss a mindestens 11 sein. Aus der dritten Gleichung folgt, dass a kleiner als 13 sein muss, also ist a gleich 11 oder 12. Wenn a = 11 ist, ist c = 12 und b = 1, dann ist aber a + b zu klein. Also kommt nur a = 12 und damit c = 11 in Frage. Das ergibt die
<u>Antwort:</u> Carl hat <u>11</u> Briefpartner.

2004 9) Der Flächeninhalt des Dreiecks BAE beträgt 36 cm², weil das Dreieck die Grundlinie 12 cm und die Höhe 6 cm hat. Das Quadrat ist acht mal so groß wie dieses Dreieck. Da die Dreiecke BFC und ADC doppelt so groß sind wie BAE, ist die gesuchte Fläche (ABC) drei Achtel der Quadratfläche, also dreimal so groß wie die Fläche von ABE. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt <u>108</u> cm².

2004 10) Christine sollte vierzehn Drittel Osterhasen bezahlen, hat aber nur zwei bezahlt. Daher hat sie noch acht Drittel Hasen zu bezahlen. Wenn acht Drittel Hasen 8 Euro kosten, kostet ein Hase 3 Euro. Da Rudi ursprünglich um einen Hasen mehr bezahlt hat als Christine, muss er am Ende einen Hasen – also 3 Euro – weniger zahlen als sie. Das ergibt die
<u>Antwort:</u> Peter bekommt von Rudi <u>5</u> Euro.

2005 1) Da 211 ein Teiler von a ist, muss a ein Vielfaches von 211 sein. Das kleinste vierstellige Vielfache von 211 ist 5 · 211. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> a ist mindestens <u>1055</u>.

2005 2) Von den 65 Zahlen von 11 bis 75 sind 33 ungerade und 32 gerade. Andi hat also ein Kärtchen mit einer ungeraden Zahl nicht aufgelegt. Da die Summe der ungeraden Zahlen genauso groß wie die Summe aller geraden Zahlen ist, hat er das Kärtchen mit jener ungeraden Zahl nicht aufgelegt, die genau in der Mitte zwischen 11 und 75 liegt. So erhält man die
Antwort: Er hat das Kärtchen mit der Zahl 43 nicht aufgelegt.

2005 3) Wenn man die Umfänge U_1, U_2 und U_3 zusammen zählt, so erhält man einen Wert, der um das Vierfache der Länge d der genannten Diagonalen größer ist als U.
Also gilt: $U_1 + U_2 + U_3 = 306 = U + 4 \cdot d = 278 + 4 \cdot d$, also $d = (306 - 278) : 4 = 7$.
Daraus folgt die
Antwort: Jede der beiden Diagonalen ist 7 cm lang.

2005 4) Die Summe aller Zahlen ist
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 10 = 48$.
Daher muss jede Zeile die Summe 16 haben. Aus der Angabe über die Größe der Spaltensummen folgt, dass die erste Spalte die Summe 8 haben muss. Daraus ergeben sich die Zahlen rechts oben (9) und links unten (4). Damit die zweite Zeile die Summe 16 hat, kommen nur noch die Zahlen 5 und 8 in Frage, damit bleiben für die dritte Zeile noch die Zahlen 2 und 10. Da die zweite Spalte die Summe 16 und die dritte Spalte die Summe 24 hat, ergibt sich eindeutig das nebenan stehende Denksportquadrat. Daraus folgt die

1	6	9	16
3	8	5	16
4	2	**10**	16
8	16	24	

Antwort: Im Kästchen rechts unten steht die Zahl 10 .

2005 5) Wenn du durch Drücken auf die schwarzen Würfel der vorderen Seitenfläche drei Würfelstangen entfernst, so fallen 15 Würfel heraus. Beim Drücken auf die oberen zwei schwarzen Würfel würden 12 Würfel herausfallen, von denen aber drei schon weg sind, daher entfernst du jetzt nur noch neun Würfel. Beim Drücken auf die linken zwei schwarzen Würfel würden acht Würfel herausfallen, von denen aber zwei schon entfernt sind, daher fallen jetzt nur noch sechs heraus.
Insgesamt entfernst du also 15 + 9 + 6 = 30 Würfel, also gilt die
Antwort: Ich habe 30 Würfel entfernt.

2005 6) Da die Dreiecke ABC und PBC die gleiche Höhe haben, verhalten sich ihre Flächeninhalte wie die Längen der Grundlinien, also wie 21 : 6 = 7 : 2. Der Flächeninhalt von PBC beträgt daher zwei Siebentel des Flächeninhalts von ABC, also 144 cm². Daher gilt die
Antwort: Der Flächeninhalt von PBC beträgt 144 cm².

2005 7) Da es neun einstellige und neunzig zweistellige Zahlen von 1 bis 99 gibt, sind die ersten 189 Nachkommastellen 123...9899; dann beginnen die dreistelligen Zahlen 100101102... . Da 465 – 189 = 276 ist, suchen wir die 276. Ziffer von 100101102... . Da 276 : 3 = 92, suchen wir die 92. Zahl in der Folge 100, 101, 102, ... - und das ist 191; also ist die gesuchte Ziffer 1.
Antwort: Die 465. Nachkommastelle von Graziellas Zahl ist 1.

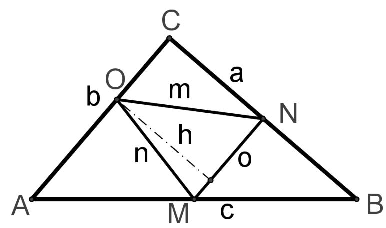
2005 8) Um den Sieger zu ermitteln, müssen 632 Personen ausscheiden. Da man bei diesem Turnier nur durch ein Spiel – also nicht durch Losentscheid – ausscheidet, gibt es 632 Spiele.
Antwort: In diesem Turnier gibt es 632 Spiele.

2005 9) Die Höhe AH steht auf die Seite BC normal, ebenso die Höhe CH auf AB.
Der Winkel ε und der Eckenwinkel β sind daher supplementäre Normalwinkel, es gilt also $\varepsilon = 180° - \beta$. Wegen der Winkelsumme im Dreieck ist $\beta = 180° - \alpha - \gamma$.
Daher ist $\varepsilon = \alpha + \gamma$. Daraus folgt die
Antwort: ε = 111°.

2005 10) S1 – S2 = 2005 · (1 + 2 + ... + 82) – 2004 · (1 + 2 + ... + 82) =
= (2005 – 2004) · (1 + 2 + ... + 82) = 1 · (1 + 82 + 2 + 81 + 3 + 80 + ... + 41 + 42) =
= 1 · 83 · 41 = 3403. Das ergibt die
Antwort: Die Differenz von S_1 und S_2 beträgt 3403.

2006 1) Nehmen wir an, Spieler A hat das zweite Spiel verloren und Spieler B hat gewonnen. Da beide am Ende 16 Punkte haben, hatte B vor dem zweiten Spiel 8 Punkte und A 24 Punkte. Das erste Spiel muss nach der Angabe dann A gewonnen haben. Er hatte daher zu Beginn 12 Punkte, B aber 20 Punkte. Daraus folgt die
Antwort: Zu Beginn lagen sie um 8 Punkte auseinander.

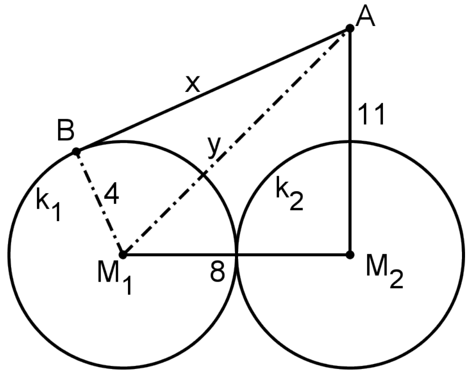
2006 2) Die Strecke MN ist halb so lang wie die Strecke AC und steht ebenfalls auf die Strecke BC normal. Die Höhe h ist daher halb so lang wie die Seite BC. Daher ist der Flächeninhalt des kleinen Dreiecks $\frac{o.h}{2} = \frac{b.a}{8}$ = 21 cm².
So erhält man die
Antwort: Das Dreieck MNO hat 21 cm² Flächeninhalt.



2006 3) Nehmen wir an, er hat x–mal 2 addiert, dann hat er (500 – x)–mal 1 subtrahiert. Daher versuchen wir es mit der Gleichung 634 = 500 + 2 · x – (500 – x). Diese Gleichung kann man umformen und erhält 634 = 3 · x. Da 634 nicht durch 3 teilbar ist, ist das Ergebnis tatsächlich um 1 falsch; richtig sollte es heißen: 633 = 3 · x. Daraus folgt die
Antwort: Die Zahl 2 hat er 211 - mal addiert.

2006 4) Aus $x^2 + x \cdot y = 11$ und $x \cdot y + y^2 = 14$ folgt $(x^2 + x \cdot y) + (x \cdot y + y^2) = 11 + 14 = 25$. Daher ist $x^2 + 2xy + y^2 = 25$, also $(x + y)^2 = 25$. Daraus folgt die
Antwort: x + y = 5

2006 5) Wenn y die Länge der Strecke AM_1 und x die gesuchte Länge der Strecke AB ist, dann folgt aus dem Satz von Pythagoras:
$y^2 = 11^2 + 8^2 = 185$ und $x^2 = y^2 - 4^2$, also
$x^2 = 185 - 16 = 169$.
Daher gilt die
Antwort: AB ist 13 cm lang.



2006 6)

		7											9

Wenn die letzte Ziffer 9 ist, ist die Summe der vorletzten und drittletzten Ziffer 11; daher muss die viertletzte Ziffer wieder 9 sein, u.s.w. Die Zahl sieht daher so aus:

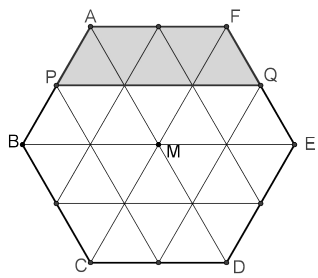
	9	7		9			9			9			9

Da die Summe der ersten drei Ziffern auch 20 ist, muss die erste Ziffer 4 sein. Daher gilt die
Antwort: Die Kartennummer beginnt mit der Ziffer 4.

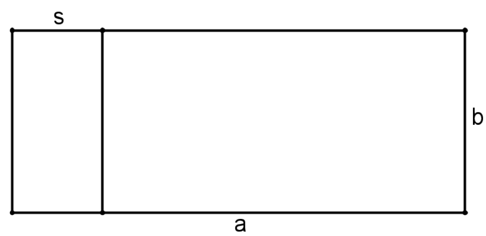
2006 7) Wenn ich alle Kugeln mit den Nummern 1 bis 9 ziehe und von den Kugeln mit den Nummern 10 bis 91 jeweils 9, so habe ich von keiner Nummer mehr als 9 Kugeln. Wenn ich dann aber noch eine weitere Kugel ziehe, habe ich von der betreffenden Nummer 10 Kugeln.
Die Mindestzahl der Kugeln, die man ziehen muss, um ganz sicher 10 Kugeln mit der gleichen Nummer zu erhalten, ist daher $1 + 2 + ... + 9 + 9 \cdot 82 + 1 = 784$.
Antwort: Man muss mindestens 784 Kugeln ziehen.

2006 8) Wenn ich die Summe durch die größte Zahl dividiere, erhalte ich ein Ergebnis, das halb so groß ist, wie wenn ich durch die kleinste Zahl dividiere. Daher ist die größte der 36 Zahlen doppelt so groß wie die kleinste. Wenn wir die größte Zahl x nennen, dann ist die kleinste Zahl $x – 35$. Somit gilt $x = 2 \cdot (x – 35)$. Daraus ergibt sich $x = 70$.
Antwort: Die größte Zahl auf dem Spielbrett ist 70 .

2006 9) Wenn man das Sechseck – wie in der Zeichnung nebenan – in 24 kongruente gleichseitige Dreiecke zerlegt, so befinden sich im Trapez APQF fünf dieser Dreiecke. Daher beträgt die Trapezfläche fünf Vierundzwanzigstel der Sechseckfläche. Daraus folgt die
Antwort: Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 10 cm².



2006 10) Wegen des Flächenverhältnisses 1 : 4 der beiden ähnlichen Teile ist deren Längenverhältnis 1 : 2; die Seiten des rechten Teils sind also doppelt so lang wie die Seiten des linken Teils. Daher ist $b = 2s$ und $a = 5s$. Wegen $ab = 360$ ist $10s^2 = 360$ und daher gilt $s = 6$. Das ergibt die



Antwort: Die kürzere Seite des ursprünglichen Brettes war 12 cm lang.

2007 1) Bei einem $n \times n$ – Schachbrett gibt es auf jeder Seite am Rand n Felder. Die Gesamtzahl aller Randfelder beträgt daher $4n – 4$, weil man die Eckfelder nicht doppelt zählen darf. Wir haben also die Gleichung $4n – 4 = 104$ zu lösen, das ergibt $n = 27$. Die Gesamtzahl aller Felder ist n^2. Daraus folgt die
Antwort: Dieses Schachbrett hat 729 Felder.

2007 2) Die gegebene Gleichung kann man auch so schreiben:
$2 \cdot (a - 12) + 3 \cdot (a - 12) + 4 \cdot (a - 12) + \ldots + 50 \cdot (a - 12) = 0$.
Diese Gleichung hat die Lösung $a = 12$, weil $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + \ldots + 50 \cdot 0 = 0$ gilt.
So erhält man die
<u>Antwort:</u> a = <u>12</u>
<u>Anmerkung</u>: Die Gleichung kann keine weiteren Lösungen haben, weil die linke Seite für $a < 12$ offensichtlich negativ und für $a > 12$ offensichtlich positiv ist.

2007 3) Die Anzahl der Enkelkinder sei x.
Wenn ein Kind auf seinen Anteil verzichtet, erhalten die $x - 1$ anderen Kinder je 108 € mehr; also hat das eine Kind auf $108 \cdot (x - 1)$ € verzichtet. Da es x Kinder sind, beträgt Großvaters Bargeld $108 \cdot (x - 1) \cdot x$ €.
Wenn ein weiteres Kind auf seinen Anteil verzichtet, erhalten restlichen $x - 2$ Kinder je 144 € mehr; also hat dieses Kind auf $144 \cdot (x - 2)$ € verzichtet.
Da es zu diesem Zeitpunkt nur noch $x - 1$ Kinder waren, beträgt Großvaters Bargeld $144 \cdot (x - 2) \cdot (x - 1)$ €.
Wir haben also die Gleichung $108 \cdot (x - 1) \cdot x = 144 \cdot (x - 2) \cdot (x - 1)$ zu lösen. Nach Division durch $x - 1$ ergibt das die lineare Gleichung $108 \cdot x = 144 \cdot (x - 2)$. Sie hat die Lösung $x = 8$. Durch Einsetzen in $108 \cdot (x - 1) \cdot x$ erhält man 6048 € für Großvaters Bargeld. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> An Bargeld hatte der Großvater insgesamt <u>6048</u> €.

2007 4) Betrachten wir die ersten 12 weißen Kugeln: WWWWWWWWWWWW.
Nach der ersten Färbung schauen sie so aus: WRWRWRWRWRWR.
Nach der zweiten Färbung erhalten wir: WRGRWGWRGRWG.
Nach der dritten Färbung gilt: WRGBWGWBGRWB; wir haben also noch zwei rote Kugeln unter den ersten zwölf Kugeln.
Da 12 das kleinste gemeinsame Vielfache von 2, 3 und 4 ist, wiederholt sich dieses Muster. Da es insgesamt $132 = 11 \cdot 12$ Kugel gibt, haben wir am Ende noch $2 \cdot 11 = 22$ rote Kugeln. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Am Ende sind noch <u>22</u> Kugeln rot.

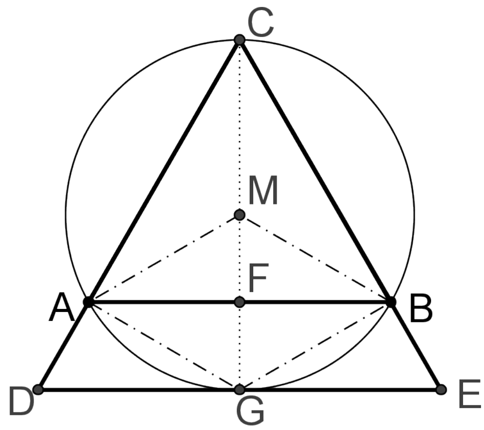
2007 5) Das Dreieck ABP und das Parallelogramm ABCD haben die gleiche Grundlinie AB. Da die Dreieckshöhe die Hälfte der Parallelogrammhöhe ist, beträgt die Dreiecksfläche ein Viertel der Parallelogrammfläche. Analog überlegt man, dass die Fläche des Dreiecks DAQ ein Viertel der Parallelogrammfläche und die Fläche des Dreiecks PCQ ein Achtel der Parallelogrammfläche ist.
Somit verbleiben für das Dreieck APQ drei Achtel der Parallelogrammfläche, also 15cm². Daher gilt die
<u>Antwort:</u> Der Flächeninhalt des Dreiecks APQ beträgt <u>15</u> cm².

2007 6) Antonia hat 60 Kugeln, 20 davon sind blau. Zusammen gelegt haben sie 90 Kugeln, davon sind 45 blau. $45 - 20 = 25$. Das ergibt die
<u>Antwort:</u> Anton hat <u>25</u> blaue Kugeln.

2007 7) Wenn man die Teppiche so verschiebt, dass sie beide von der Ecke A ausgehen, so ändert sich die Größe des unbedeckten Fußbodenteils nicht. Er ist nun ein Rechteck mit den Seitenlängen 9m – 4m = 5m und 12m – 3m = 9m. Daraus folgt die
<u>Antwort:</u> Der freie Teil des Fußbodens ist <u>45</u> m² groß.

2007 8) Zu Beginn ist der Abstand zwischen Jakobs und Jakobines Zahl 900. Bei jedem Zählschritt verringert er sich um 15. Da 900 : 15 = 60 ist, erreichen sie nach 60 Schritten die gleiche Zahl. $100 + 60 \cdot 6 = 1000 - 60 \cdot 9 = 460$.
Antwort: Sie treffen einander bei der Zahl 460.

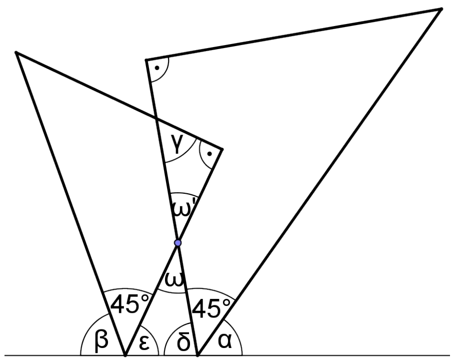
2007 9) Das Dreieck MAG ist gleichseitig, da die Seiten MA und MG gleich lang sind und der Eckenwinkel bei M 60° beträgt. Daher ist der Höhenfußpunkt F der Halbierungspunkt von MG. Im Dreieck DEC ist also die Höhe GC $\frac{4}{3}$ -mal so lang wie die Höhe FC im Dreieck ABC. Da die Dreiecke ähnlich sind, ist auch die Basis DE $\frac{4}{3}$ -mal so lang wie die Basis AB. Der Flächeninhalt des Dreiecks DEC ist also $\frac{16}{9}$ -mal so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ABC. Daraus folgt die
Antwort: Der Flächeninhalt des Dreiecks DEC beträgt 64 cm².



2007 10) Der Preis auf der Rechnung muss durch 72 teilbar sein, also auch durch 8 und durch 9. Daher muss die Zahl 59E durch 8 teilbar sein. Das ist nur der Fall, wenn E = 2 ist. Damit der Preis durch 9 teilbar ist, muss die Ziffernsumme durch 9 teilbar sein. $T + 5 + 9 + 2 = T + 16$ ist nur für T = 2 durch 9 teilbar. Der Rechnungsbetrag ist also 2592 S. Dividiert durch 72 ergibt das den Preis eines Fußballs. So erhält man die
Antwort: Ein Fußball kostete damals 36 Schilling.

2008 1) Beim Fest sind aus der ersten Generation zwei Personen (Annemarie und August Auer). Aus der zweiten Generation sind es acht Personen (vier Kinder und deren Gattinnen oder Gatten). Aus der dritten Generation sind es 16 Personen, nämlich acht (= vier mal zwei) Enkelkinder und deren Gattinnen oder Gatten. Aus der vierten Generation sind es 24 Kinder (drei Kinder pro Enkelkind). Insgesamt sind es also $2 + 8 + 16 + 24 = 50$ Personen. Daraus folgt die
Antwort: Beim Fest sind 50 Personen versammelt.

2008 2) Da die beiden gegebenen Dreiecke gleichschenkelig und rechtwinkelig sind, betragen die beiden Basiswinkel (siehe Zeichnung!) 45°.
Aus $\alpha + \delta + 45° = 180°$ berechnet man $\delta = 58°$. Ebenso berechnet man $\varepsilon = 71°$. Aus $\delta + \varepsilon + \omega = 180°$ erhält man $\omega = 51°$. Ebenso groß ist der Scheitelwinkel ω'. Da ω' mit γ in einem rechtwinkeligen Dreieck liegt, ist $\omega' + \gamma = 90°$. So erhält man die
Antwort: $\gamma = 39°$.



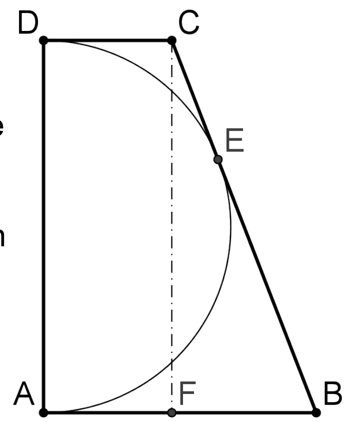
2008 3) Damit bei gegebener Ziffernsumme die Zahl möglichst klein ist, muss sie möglichst wenige Ziffern haben, also aus möglichst vielen Neunern bestehen. Aus 786 : 9 = 87 (mit 3 Rest) folgt, dass die gesuchte Zahl 87 Neuner und einen Dreier enthalten muss. Damit sie möglichst klein ist, muss sie so ausschauen: 399…9, mit einem Dreier und 87 Neunern. Daraus folgt die
Antwort: Diese Zahl hat 88 Ziffern.

2008 4) An der Stelle, wo der eine Mann zwischen zwei Frauen sitzt, muss die Sitzordnung so ausschauen: …MMFMFMM… Überall sonst müssen zwischen zwei Frauen mindestens zwei Männer sitzen, also so: …MMFMMFMMF… Wenn wir die vier Männer, die zwischen zwei Männern sitzen, vorläufig weglassen und die im Kreis sitzenden Personen in einer Reihe anschreiben, ergibt sich folgende Sitzordnung:

MMFMFMMFMMFMMFMMFMMFMMF

Egal, wo wir die weiteren vier Männer hinsetzen – es gibt viele Möglichkeiten – sind es jedenfalls acht Frauen, die am Tisch sitzen. Daraus folgt die
Antwort: An der Konferenz nehmen 19 Männer teil.

2008 5) Legt man von einem Punkt aus zwei Tangenten an einen Kreis, so sind die beiden Strecken bis zu den Berührungspunkten gleich lang. Also sind die Strecken CD und CE ebenso wie die Strecken BA und BE gleich lang. Daher ist die Seite CB so lang wie die beiden Seiten AB und DC zusammen, also 13cm. Die Länge der Strecke FB ist die Differenz der beiden Seitenlängen, also 5cm. Im rechtwinkeligen Dreieck BCF kann man daher die Länge der Höhe FC ausrechnen:
$\overline{FC} = \sqrt{13^2 - 5^2}$. Daher gilt die
Antwort: Das Trapez ist 12 cm hoch.



2008 6) Die Pyramide hat gleich viele Seitenkanten wie Basiskanten. Daher hat die Grundfläche 34 : 2 = 17 Eckpunkte. Dazu kommt noch die Spitze. Das ergibt die
Antwort: Die Pyramide hat 18 Eckpunkte.

2008 7) Hier ist die Multiplikation, wie üblich angeschrieben:

$$1111111111222222222222222222223333333333 3 \cdot 100101$$
$$111111111122222222222222222222333333333333$$
$$111111111122222222222222222222333333333333$$

Wir erkennen, dass es beim Zusammenzählen der Zeilen nie einen Übertrag geben kann, weil als Summe nie mehr als 9 herauskommen kann. Daher ist die Summe aller Ziffern des Produkts dreimal so groß wie die Summe aller Ziffern einer Zeile, also wie die Ziffernsumme der gegebenen Zahl. Diese ist aber $10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 11 \cdot 3 = 83$.
Daraus folgt die
Antwort: Die Ziffernsumme des Produkts beträgt 249.
Anmerkung: Bei der gegebenen Zahl könnte man auch die Einser, Zweier und Dreier beliebig vertauschen, ohne dass sich am Ergebnis etwas ändert.

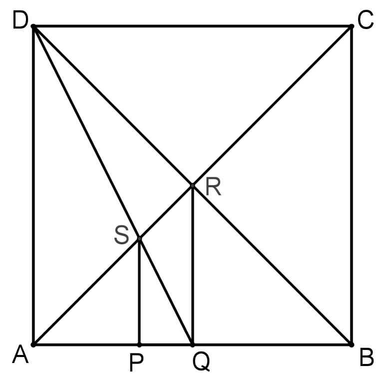
2008 8) Zerlegst du 1089 in Primfaktoren, so erhältst du $1089 = 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11$. Daraus kannst du schließen, dass a = 33 die gesuchte Zahl ist, weil $33 = 3 \cdot 11$ die Teiler 1, 3, 11 und 33 hat, deren Produkt $3 \cdot 11 \cdot 33 = 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 11 = 1089$ ist.
Antwort: a = 33.

2008 9) Die Strecke M_1M_2 hat die Länge $r_1 + r_2 = 29$ cm. Im rechtwinkeligen Dreieck $M_1M_2M_3$ gilt der Satz von Pythagoras: $29^2 = 21^2 + (8 + r_3)^2$. Daraus folgt:
$(8 + r_3)^2 = 400$, also $8 + r_3 = 20$. Daraus folgt die
Antwort: $r_3 = 12$ cm.

2008 10) Da für die übliche Ziffernsumme (Zisu) der gesuchten Zahl Zisu = E + Z + H gilt, ist die geZisu = $E + 2 \cdot Z + 3 \cdot H$ immer um $Z + 2 \cdot H$ größer als die Zisu. Für unsere Angabe ist also $Z + 2 \cdot H = 26$. Daraus folgt, dass H = 9 ist, denn für jede kleinere Hunderterziffer wäre Z keine Ziffer mehr. Daraus folgt aber sofort $Z = 26 – 2 \cdot H = 8$.
Wenn die Ziffernsumme 18 sein soll, ergibt sich 1 als Einerziffer.
So erhält man die
Antwort: Die gesuchte Zahl ist 981.

2009 1) Weil $8^4 = 4096$ ist, muss a kleiner als 8 sein. Weil $b^2 = 3977 – a^4$ ist, gilt $b=\sqrt{3977-a^4}$. Setzt man in diesen Term der Reihe nach die Zahlen a = 0, a = 1, …, a = 7 ein, so gibt es nur für a = 4 eine ganzzahlige Lösung, nämlich b = 61.
Daraus folgt die
Antwort: $a^2 + b = 77$.

2009 2) Wenn das Quadrat einen Flächeninhalt von 576 cm² hat, ist die Seite des Quadrats 24 cm lang. Die Strecken AR und DQ sind Schwerlinien im Dreieck ABD. Daher ist S der Schwerpunkt dieses Dreiecks. Da der Schwerpunkt eines Dreiecks jede Schwerlinie im Verhältnis 2:1 teilt, ist die Strecke AS doppelt so lang wie die Strecke SR. Da SP parallel zu RQ ist, ist auch AP doppelt so lang wie PQ. Die Länge von PQ ist daher ein Drittel der Länge von AQ. So erhält man die
Antwort: Die Strecke PQ ist 4 cm lang.



2009 3) Die gegebene Ziffernfolge besteht aus einer ungeraden Anzahl von Ziffern. Schreibt man sie zwei mal hintereinander und rechnet wie in der Angabe vorgegeben, so erhält man $9 – 0 + 8 – 1 + 7 – 2 + 6 – 9 + 0 – 8 + 1 – 7 + 2 – 6 = 0$.
Da Astrids Zahl aus 99 solchen siebenstelligen Ziffernfolgen besteht, erhalten wir nach den ersten 98 Ziffernfolgen das Ergebnis 0.
Dann müssen wir nur noch $9 – 0 + 8 – 1 + 7 – 2 + 6$ rechnen, und das ergibt 27.
Daraus folgt die
Antwort: Bei der langen Rechnung erhält man die Zahl 27.

2009 4) Die Anzahl der Männer, die an dem Wettbewerb teilnehmen, sei x. Dann ist 42 – x die Anzahl der teilnehmenden Frauen. Die Anzahl der Tänze beträgt dann $4 \cdot x$ bzw. $3 \cdot (42 – x)$. Daher gilt $4 \cdot x = 3 \cdot (42 – x)$, also $7 \cdot x = 126$, also x = 18. Daraus folgt die
Antwort: An dem Wettbewerb nehmen 18 Männer teil.

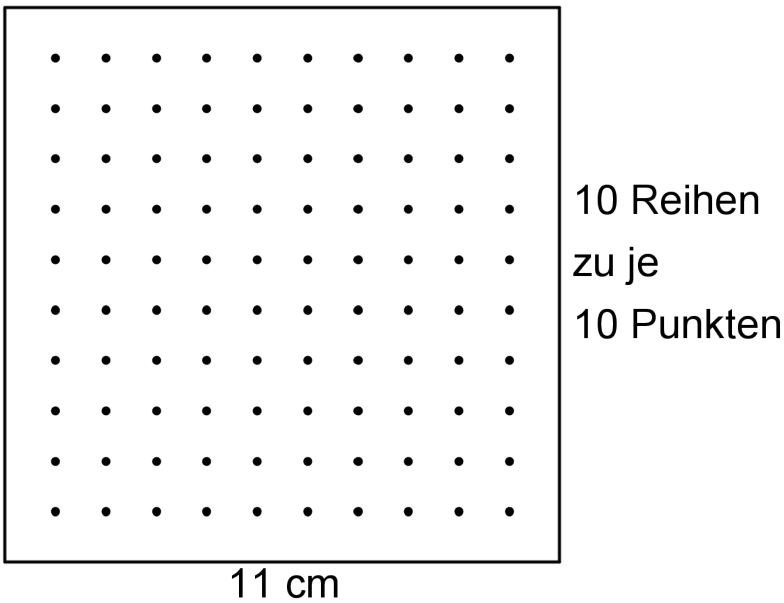
2009 5) Die Zahl $10^{512} - 1 = 99...9$ besteht aus 512 Neunern (vgl. $10^2 - 1 = 99$, $10^3 - 1 = 999$, usw.). Die Zahl $10^{512} - 2009 = 10^{512} - 1 - 2008 = 99...9 - 2008 = 99...97991$ hat daher die Ziffernsumme $9 \cdot 508 + 7 + 9 + 9 + 1 = 4598$. Die Ziffernsumme dieser Zahl ist 26. Daher gilt die
Antwort: Wir erhalten die Zahl 26.

2009 6) Die Quadratdiagonale AC teilt die gesuchte Fläche in zwei Dreiecke AQC und ACP. Wenn man AQ bzw. PA als Grundlinien dieser Dreiecke auffasst, so sind ihre Höhen gleich der Seitenlänge des Quadrats. Der Flächeninhalt der gesuchten Fläche beträgt daher $\frac{\overline{AQ}.400}{2} + \frac{\overline{PA}.400}{2} = (\overline{AQ} + \overline{PA}) \cdot 200 = 160 \cdot 200 = 32000$.
Antwort: Das Flächenstück ist 32000 m² groß.

2009 7) Wenn möglichst viele Sechser dabei sein sollen, müssen die übrigen Würfe möglichst kleine Zahlen sein. Bei x Sechsern und 32 – x Einsern wäre die Summe $6 \cdot x + 32 - x = 91$. Daraus folgt x = 11,8. Es kann also höchstens elf Sechser geben, denn 12 Sechser ergeben schon die Summe 72, und selbst wenn die übrigen 20 Würfe lauter Einser wären, wäre die Gesamtsumme 92. Bei 11 Sechsern kann die Gesamtsumme 91 sogar auf mehrere Arten erreicht werden (z.B. 11 Sechser, 20 Einser, 1 Fünfer).
Daraus folgt die
Antwort: Es waren höchstens 11 Sechser dabei.

2009 8) Es gibt bekanntlich zehn Ziffern: 0, 1, 2, …., 9. Die zehnstellige Zahl 9876543210, die alle 10 Ziffern enthält, ist wegen 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 45 durch 9 teilbar. Bei der neunstelligen Zahl A muss eine der Ziffern fehlen. Da A + 1 durch 9 teilbar ist, muss dies die Ziffer 1 sein. Daher ist A = 987 654 320.
Antwort: A = 987654320.

2009 9)

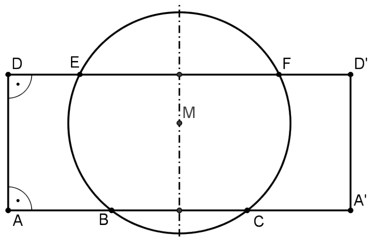


Antwort: 100 Gitterpunkte liegen innerhalb des Quadrats.

2009 10) Nennen wie die drei Zahlen a, b und c. Dann gilt:
$\frac{a+b}{2} + c + \frac{a+c}{2} + b + \frac{b+c}{2} + a = 105 + 113 + 124 = 342.$
Multipliziert man diese Gleichung mit 2 und fasst zusammen, so erhält man
4a + 4b + 4c = 684, also a + b + c = 171.
Multipliziert man jede der drei Summen mit 2, so erhält man
a + b + 2c = 210, a + c + 2b = 226 und b + c + 2a = 248.
Daher ist c = 39, b = 55 und a = 77.
Antwort: Die größte der drei Zahlen ist 77.

2010 1) Wenn die vier Kinder im Mittel 20 Euro Taschengeld bekommen, so bekommen sie insgesamt 4 · 20 = 80 Euro. Die drei Buben, die im Mittel 18 Euro bekommen, bekommen insgesamt 3 · 18 = 54 Euro. Also beträgt Annas Taschengeld 80 – 54 = 26 Euro. Daraus folgt die
Antwort: Anna bekommt 26 Euro Taschengeld.

2010 2)



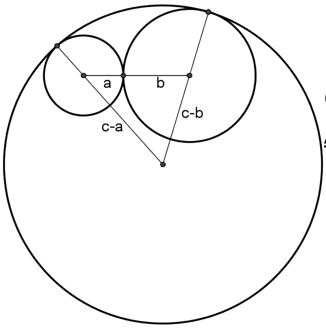
Ergänzen wir ACFD zu einem Rechteck, indem wir den „linken Überschuss“ spiegelgleich rechts anhängen, so haben die langen Rechteckseiten AA' und DD' die selbe Länge. Aus 5 + 7 + 5 = 4 + EF + 4 ergibt sich EF = 17 – 8 = 9. So erhält man die
Antwort: Die Strecke EF ist 9 cm lang.

2010 3) Ein Zahlenquadrat, das aus 2601 Zahlen besteht, hat 51 Zeilen und 51 Spalten (wegen 51² = 2601). In der 1. Zeile und 2. Spalte steht mindestens 1. Wenn dort 1 steht, so steht darunter in der 2. Zeile 3, darunter in der 3. Zeile 5, usw. In der letzten, der 51., Zeile steht dann 1 + 50 · 2=101. Dann geht es in der letzten Zeile von links nach rechts immer zur nächsten natürlichen Zahl: 101, 102, …, 150.
Wäre in der 1. Zeile und 2. Spalte statt 1 eine größere Zahl, so stünde auch in der rechten unteren Ecke eine größere Zahl. Daraus folgt die
Antwort: Rechts unten steht die Zahl 150 oder eine größere.

2010 4) Jedes der fünf Rechtecke hat den Flächeninhalt 1080 cm² : 5 = 216 cm². Wenn wir die Breite eines solchen Rechtecks x nennen, so beträgt die Länge des großen Rechtecks 3x und die Länge eines kleinen Rechtecks 1,5x. Der Flächeninhalt eines kleinen Rechtecks ist daher 1,5x², und aus der Gleichung 1,5x² = 216 cm² erhalten wir
x = 12 cm. Ein kleines Rechteck ist also 12 cm breit und 18 cm lang. Daraus folgt die
Antwort: Jedes dieser Rechtecke hat 60 cm Umfang.

2010 5) Das letzte gemeinsame Tempelfest hat vor 2010 – 1614 = 396 Jahren stattgefunden.
396 ist das kleinste gemeinsame Vielfache von 12, 18 und x.
Wenn du die Primfaktorzerlegungen von 12 = 2 · 2 · 3 und 18 = 2 · 3 · 3 sowie von
396 = 2 · 2 · 3 · 3 · 11 berechnest und außerdem beachtest, dass x gerade und kleiner als 43 ist, ergibt sich x = 2 · 11. Daher gilt die
Antwort: x = 22.

2010 6)



Nennen wir die kleinen Radien a und b und den großen c. Dann sind die Seitenlängen des Mittelpunktedreiecks a + b, c – a und c – b. Der Umfang ist also 2c. Daraus folgt die
Antwort: Der Umfang des Dreiecks beträgt 218 mm.

2010 7) Damit wir die Lösung kürzer anschreiben können, nennen wir die gegebene Zahl x. Das Produkt der drei Zahlen ist $(x – 2) \cdot x \cdot (x + 2) = x \cdot (x^2 – 4) = x^3 – 4 \cdot x$. Die nächst größere dritte Potenz ist x^3, sie ist um $4 \cdot x$ größer als das Produkt.
Die Zahl $(x – 1)^3$ ist kleiner als $x^2 \cdot (x – 1) = x^3 – x \cdot x$, also kleiner als unser Produkt.
Für $x = 1135$ ist $4 \cdot x = 4540$. Daraus folgt die
Antwort: Man muss 4540 addieren.

2010 8) Die Winkelsymmetrale w_α teilt den Winkel α in zwei gleich große Winkel. Da der Winkel BAM gleich groß ist wie der Winkel AMD, ist das Dreieck AMD gleichschenkelig. Daher ist die Seite AD halb so lang wie die Seite DC.
Der Umfang des Parallelogramms ist also sechs mal so groß wie die Länge von AD und daher dreimal so groß wie die Länge von AB. Daraus folgt die
Antwort: Die Seite AB ist 16 cm lang.

2010 9) Jede quadratische Pyramide hat fünf Begrenzungsflächen, jeder Würfel sechs und jedes Oktaeder acht. Sei w die Anzahl der Würfel, p die Anzahl der Pyramiden und o die Anzahl der Oktaeder. Dann gilt: $6w + 5p + 8o = 165$ und $w + p + o = 31$.
Da $5w + 5p + 5o = 155$ ist, ergibt sich $w + 3o = 10$. Da von jedem Körper mindestens zwei Stück vorhanden sind, ist $o = 2$ und $w = 4$. Daher ist $p = 31 - 4 - 2 = 25$.
Antwort: Es gibt 25 quadratische Pyramiden.

2010 10) Die Summe der Zahlen in der waagrechten Dreierreihe ist größer als die Summe der Zahlen in der senkrechten Viererreihe. Die Dreierreihe und die Viererreihe haben eine gemeinsame Zahl (oben in der Mitte). Die anderen zwei Zahlen oben sind zusammen höchstens 98 + 99 = 197. Daher ist die Zahl oben in der Mitte mindestens 285 – 197 = 88. Die anderen drei Zahlen in der senkrechten Reihe sind mindestens 10, 11 und 12, also zusammen mindestens 33. Daher ist die Zahl oben in der Mitte höchstens 121 – 33 = 88. Also ist sie 88. Die Gesamtsumme ist 121 + 285 – 88 = 318.
Antwort: Die Summe aller Zahlen auf dem T beträgt 318.

21. Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb 2011

27. April 2011 - TU Wien

10

mathematische

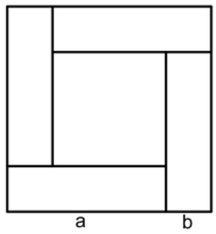
Denksportaufgaben

und

ihre

Lösungen

<u>Vier Rechtecke, zwei Quadrate</u>



Vier kongruente Rechtecke (Länge a, Breite b) werden wie in der nebenstehenden Figur angeordnet. Dadurch entstehen zwei Quadrate. Die Fläche des größeren Quadrats ist viermal so groß wie die Fläche des kleineren Quadrats.
Berechne die Breite b, wenn die Länge a = 6cm ist!

<u>Lösung:</u>

Wenn sich die Flächeninhalte der beiden Quadrate wie 1 : 4 verhalten, verhalten sich ihre Seitenlängen wie 1 : 2. Das heißt, dass die Seitenlänge des größeren Quadrates (= a + b) doppelt so groß wie die Seitenlänge des kleineren Quadrates (= a – b) ist. Also gilt: a + b = 2 · (a – b) = 2a – 2b. Daraus folgt durch Umformen: a = 3b. Aus a = 6cm folgt daher die

<u>Antwort:</u>

Das Rechteck ist b = <u>2</u> cm breit.

<u>Die Veränderung des Mittelwerts</u>

Der Mittelwert von fünf Zahlen beträgt 16,2. Fügt man eine sechste Zahl hinzu, so steigt der Mittelwert auf 18. Welche Zahl muss man hinzufügen?

<u>Lösung:</u>

Nennen wir die fünf Zahlen, die den Mittelwert 16,2 haben, a, b, c, d und e. Dann gilt $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 16{,}2$; also a + b + c + d + e = 81.
Fügt man die Zahl f hinzu und vergrößert dadurch den Mittelwert auf 18, so gilt $\frac{a+b+c+d+e+f}{6} = 18$; also a + b + c + d + e + f = 108.
Setzt man nun a + b + c + d + e = 81 ein, so erhält man f = 108 – 81 = 27.
So erhält man die

<u>Antwort:</u>

Man muss die Zahl <u>27</u> hinzufügen.

Annas Zahlen

Im Jahr 2011 beschäftigt sich Anna mit den Zahlen, die durch 20 und 11 teilbar sind. Sie sucht die größte unter diesen Zahlen, die kleiner als 2011 sind.

Lösung:

Jede Zahl, die durch 20 und durch 11 teilbar ist, muss ein Vielfaches von $20 \cdot 11 = 220$ sein. Die Vielfachen von 220, die kleiner als 2011 sind, lauten: 220, 440, 660, 880, 1100, 1320, 1540, 1760 und 1980. Die größte dieser Zahlen ist 1980.

Daraus folgt die

Antwort:

Die gesuchte Zahl ist 1980.

Zeitgleich rechnen

Alfred und Paula bekommen eine Zahl z als Startwert. Pro Sekunde muss Alfred immer wieder 2 subtrahieren und Paula 3 addieren. Zur gleichen Zeit erreichen sie 100 bzw. 1110.
Berechne den Startwert z!

Lösung:

Wenn Alfred jeweils 2 subtrahiert und Paula 3 addiert, so entfernen sie sich bei jedem Rechenschritt (in jeder Sekunde) um 5 voneinander. Am Anfang hatten sie den gleichen Startwert, am Ende sind sie $1110 - 100 = 1010$ voneinander entfernt. Daher gab es $1010 : 5 = 202$ Rechenschritte.
Daraus folgt $z = 100 + 2 \cdot 202 = 504$ oder $z = 1110 - 3 \cdot 202 = 504$.

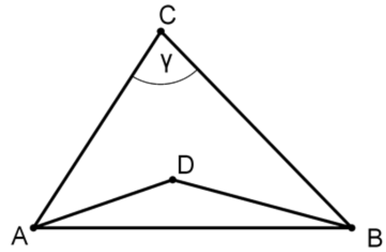
Auf beiden Wegen erhält man die

Antwort:

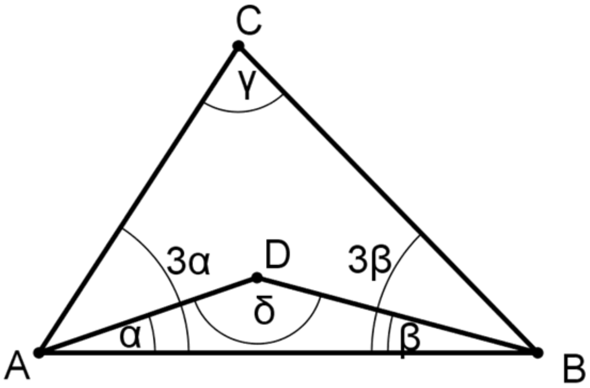
$z = 504$.

Winkel ausrechnen

Im Dreieck ABC mit dem Winkel $\gamma = \angle ACB = 57°$ ist ein Punkt D so gegeben, dass $\angle DAB$ gleich einem Drittel des Winkels $\angle CAB$ und dass $\angle DBA$ gleich einem Drittel des Winkels $\angle CBA$ ist.
Wie groß ist der Winkel $\angle ADB$?



Lösung:



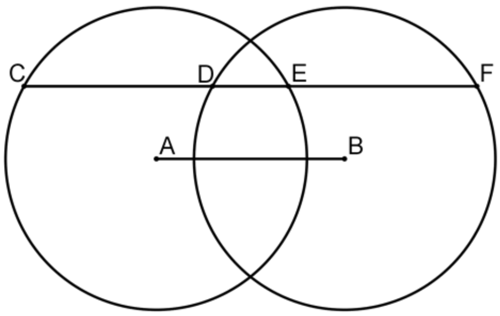
Die Winkelsumme im Dreieck ABC beträgt $3\alpha + 3\beta + \gamma = 180°$. Daraus folgt $3\alpha + 3\beta = 180° - \gamma$, also $\alpha + \beta = 60° - \frac{\gamma}{3}$.
Im Dreieck ABD gilt $\delta = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - 60° + \frac{\gamma}{3} = 120° + \frac{\gamma}{3}$. Setzt man für $\gamma = 57°$ ein, so erhält man die

Antwort:

$\angle ADB =$ 139°.

Zwei Kreise

Die beiden Kreise haben den Radius 44mm, ihre Mittelpunkte A und B haben den Abstand 51mm. In 30mm Abstand zur Strecke AB wird eine Parallele gezeichnet, welche die beiden Kreise in den Punkten C, D, E und F schneidet.
Um wie viele Millimeter ist die Strecke CF länger als die Strecke DE?



Lösung:

Man erhält den zweiten Kreis aus dem ersten Durch Verschiebung um die Strecke AB. Dabei geht der Punkt C in den Punkt D und der Punkt E in den Punkt F über. Also sind die Strecken CD und EF gleich lang, nämlich so lang wie AB. Die Summe der beiden Strecken ist aber gleich der verlangten Differenz der Strecken CF und DE, daher beträgt diese $2 \cdot 51mm = 102mm$.
Daraus folgt die

Antwort:

CF ist um 102mm länger als DE.

Adam legt Fliesen

Adam möchte eine rechteckige Fläche von 128 dm^2 mit Fliesen auslegen. Die von ihm ausgesuchten Fliesen sind rechteckig und bestehen aus zwei nebeneinander liegenden Quadraten; sie haben einen Umfang von 48 cm. Eines der beiden Quadrate hat ein Muster. Adam hat schon eine Zeichnung mit einer schönen Platzierung der Muster angefertigt. Alles geht sich perfekt aus, keine Fliese muss zerschnitten werden. Nur beim Zählen der Fliesen gibt es Probleme: Adam verzählt sich immer wieder.
Wie viele Fliesen braucht er wirklich?

Lösung:

Jede Fliese hat die Form eines Rechtecks, dessen Länge doppelt so groß wie die Breite ist. Der Umfang besteht aus zwei Länge und zwei Breiten, ist also so groß wie drei Längen. Die Länge einer Fliese beträgt daher 16 cm, die Breite 8 cm; jede Fliese hat $16 \cdot 8$ $cm^2 = 128$ cm^2 Flächeninhalt. Da beim Auflegen keine Fliese zerschnitten werden muss, brauchen wir nur den Gesamtflächeninhalt durch den Flächeninhalt einer Fliese dividieren, um auszurechen, wie viele Fliesen wir brauchen.
128 dm^2 = 12800 cm^2; 12800 : 128 = 100.
Daraus folgt die

Antwort:

Er braucht <u>100</u> Fliesen.

Zwei Zahlen gesucht

Es seien m und n positive ganze Zahlen mit $75m = n^3$. Bestimme den kleinstmöglichen Wert ihrer Summe m + n!

Lösung:

Die Zahl 75m soll eine Kubikzahl sein, also eine Zahl, in der jeder Primfaktor zur dritten, sechsten, neunten, … Potenz vorkommt. $75 = 5^2 \cdot 3$, wir müssen also mindestens mit $5 \cdot 3^2$ multiplizieren, um eine Kubikzahl zu erhalten. m ist daher mindestens 45.
Wenn wir m = 45 wählen, wird $75m = 3^3 \cdot 5^3 = n^3$, also n = 15. Der kleinstmögliche Wert der Summe m + n ist daher 45 + 15.
Daraus folgt die

Antwort:

m + n ist mindestens <u>60</u>.

Rechenübung

Der Lehrer gibt Anna drei ungerade Ziffern und erteilt ihr den Auftrag, alle zweistelligen Zahlen zu addieren, die man bilden kann, ohne andere Ziffern zu verwenden. Sie erhält die Summe 294, die leider an einer Stelle falsch ist. Wie lautet die richtige Summe?

Lösung:

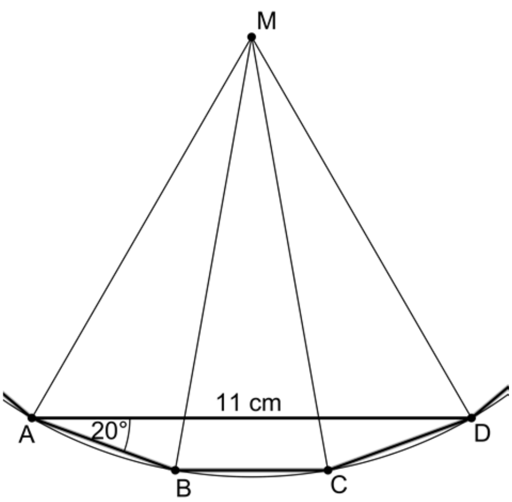
Um die Lösung einfacher darstellen zu können, nennen wir die drei vorgegebenen Ziffern a, b und c. Die zweistelligen Zahlen, die man daraus bilden kann, sind 10a + a, 10a + b, 10a + c, 10b + a, 10b + b, 10b + c, 10c + a, 10c + b und 10c + c. Die summe dieser neun Zahlen ist $33a + 33b + 33c = 33 \cdot (a + b + c)$. Diese Summe ist sicher ungerade, weil a + b + c als Summe von drei ungeraden Zahlen ungerade ist. Daher ist Annas Summe (294) an der Einerstelle falsch, die anderen beiden Stellen sind richtig. Da $33 \cdot 9 = 297$ ist und $a + b + c = 1 + 3 + 5 = 9$ möglich ist, ist 297 die richtige Summe.

Antwort:

Die richtige Summe ist 297.

Regelmäßiges n-Eck

Bei einem regelmäßigen n-Eck - seine Eckenanzahl wird nicht verraten - bilden vier aufeinander folgende Eckpunkte ein gleichschenkliges Trapez mit einer 11 cm langen Basisseite und einem Basiswinkel von 20°. Ermittle den Radius des Umkreises!



Lösung:

Das Trapez ABCD hat die Innenwinkel 20°, 160°, 160° und 20°. Daher beträgt der Winkel ∠MBC 80° ebenso wie der Winkel ∠BCM. Aus der Winkelsumme im Dreieck BCM berechnet man den Zentriwinkel ∠BMC mit 20°. Das n-Eck ist daher ein Achtzehneck. Da der Winkel ∠AMD 60° beträgt, ist das gleichschenkelige Dreieck AMD gleichseitig. Der Umkreisradius ist daher so lang wie die Strecke AD.
Daraus folgt die

Antwort:

Der Umkreisradius beträgt 11 cm.

22. Wiener Mathematik- und

Denksportwettbewerb 2012

11. April 2012 - TU Wien

10

mathematische

Denksportaufgaben

und

ihre

Lösungen

Eine Winkelsumme

In einem Dreieck gilt für die Innenwinkel α, β und γ: α ist zehnmal so groß wie γ; β beträgt 61°. Wie groß ist $2\alpha + \beta + 2\gamma$?

Lösung:

Die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck beträgt 180°.
Also gilt $2\alpha + 2\beta + 2\gamma$□ $= 360°$ und daher $2\alpha + \beta + 2\gamma = 360° - \beta = 360° - 61° = 299°$.
Daraus folgt die

Antwort:

$2\alpha + \beta + 2\gamma$□ $= \underline{299}\ °$.

Adrians lange Division

Adrian dividiert 13755 durch 111 und rechnet bis zur 2012. Stelle nach dem Komma. Welche Ziffer erhält er an dieser Stelle?

Lösung:

```
1 3 7 5 5 : 1 1 1  =  1 2 3 , 9 1 8 9 . . .
  2 6 5
    4 3 5
    1 0 2 0
        2 1 0
          9 9 0
          1 0 2 0
          . . . .
```

Der Quotient ist eine periodische Dezimalzahl mit der Periode 918. Das bedeutet, dass die Ziffer 8, die an der dritten Nachkommastelle steht, sich an der sechsten, der neunten, der zwölften usw. wiederholt. Wenn x durch 3 teilbar ist, ist die x-te Nachkommastelle gleich 8. Daher ist die 2013. Nachkommastelle gleich 8 und die 2012. Nachkommastelle gleich 1. Das ergibt die

Antwort:

Die 2012. Nachkommastelle ist 1.

So viel Reis!

In der Vorratskammer stehen zwei Säcke S_1 und S_2, die mit Reis gefüllt sind. 30% des Inhalts von S_1 sind genau so viel wie 40% des Inhalts von S_2. Insgesamt enthalten die beiden Säcke 77kg Reis. Wie viel Reis enthält S_1?

Lösung:

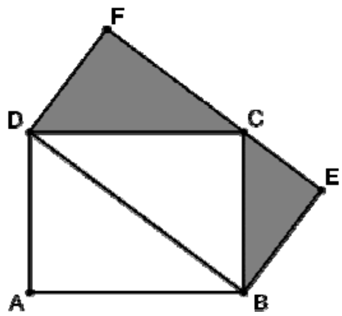
Wenn der erste Sack x kg Reis enthält, dann enthält der zweite Sack (77 – x) kg. Da 30% von x gleich $x \cdot 0{,}3$ ist und 40% von (77 – x) gleich $(77 - x) \cdot 0{,}4$ ist, gilt die Gleichung $0{,}3\,x = 0{,}4\,(77 - x)$.
Durch Lösen dieser Gleichung ergibt sich die

Antwort:

Im Sack S_1 befinden sich 44 kg Reis.

Zwei Dreiecke

Das Rechteck ABCD hat die Seitenlängen 8cm und 6cm. Die Seite EF des Rechtecks DBEF geht durch C. Berechne die Summe der Flächeninhalte der beiden grauen Dreiecke!



Lösung:

Das Dreieck DBC ist halb so groß wie das Rechteck ABCD, sein Flächeninhalt beträgt also 24cm². Da C auf der Rechteckseite EF liegt, ist die durch C gehende Höhe des Dreiecks DBC gleich der Seitenlänge BE des Rechtecks DBEF. Das Rechteck DBEF ist daher doppelt so groß wie das Dreieck DBC. Also sind die beiden grauen Dreiecke zusammen so groß wie das Dreieck DBC. Das ergibt die

Antwort:

Die Summe der Flächeninhalte beträgt 24 cm².

Zahlensalat

Hängt man an eine dreistellige Zahl hinten die Zahl 23 an, so erhält man eine fünfstellige Zahl A. Hängt man an dieselbe dreistellige Zahl hinten die Zahl 15 an, so erhält man eine fünfstellige Zahl B.
Wie lautet die dreistellige Zahl, wenn die Summe der beiden Zahlen A und B gleich 98438 ist?

Lösung:

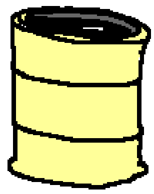
Wenn man an eine Zahl x hinten die beiden Ziffern 00 anhängt, so erhält man das Hundertfache der Zahl, also 100x. Hängt man hinten 23 an, so erhält man um 23 mehr, also 100x +23. Also ist A = 100x + 23. Ebenso ist B = 100x + 15, und daher ist A + B = 200x + 38. Weil aber A + B = 98438 ist, gilt 200x = 98400. Daher ist x = 492 und man erhält die

Antwort:

Die dreistellige Zahl ist 492.

Sizilianisches Ölfass

Ein Kaufmann in Sizilien lagert sein Olivenöl in einem zylindrischen Behälter. Da dieser nur mehr halb voll ist, füllt er 110 Liter dazu. Nach einigen Tagen hat er die Hälfte des im Behälter gelagerten Olivenöls verkauft; der Behälter ist jetzt nur mehr zu einem Drittel voll. Nun möchte er den Behälter randvoll auffüllen. Wie viel Öl benötigt er dafür?



Lösung:

Wenn das Fass voll ist, enthält es x Liter. Zu Beginn enthält es $\frac{x}{2}$ Liter, nach dem ersten Auffüllen $\frac{x}{2}$ + 110 Liter. Nach einigen Tagen ist nur mehr die Hälfte davon da, also $\frac{x}{4}$ + 55 Liter, und das ist $\frac{x}{3}$ Liter. Durch Lösen der Gleichung $\frac{x}{4} + 55 = \frac{x}{3}$ erhält man x = 660.
Wenn der Behälter nur zu einem Drittel voll ist und randvoll aufgefüllt werden soll, muss man zwei Drittel des Volumens einfüllen. Zwei Drittel von 660 Liter sind 440 Liter. Daraus folgt die

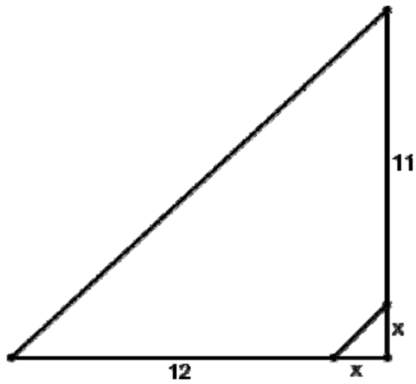
Antwort:

Er braucht dazu 440 Liter Öl.

Dreieck minus Dreieck

Von einem rechtwinkeligen Dreieck wird beim rechten Winkel ein kleines gleichschenkeliges Dreieck abgeschnitten. Die Reste der beiden Katheten sind 11cm und 12cm lang. Die Fläche des Restes beträgt 89cm². Wie groß war die Fläche vor dem Abschneiden?

Lösung:



Die ursprünglichen Kathetenlängen sind 12 + x und 11 + x, der ursprüngliche Flächeninhalt ist 89 + $\frac{x^2}{2}$. Damit erhält man die Gleichung

$$\frac{(12+x)\cdot(11+x)}{2} = 89 + \frac{x^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$(12 + x) \cdot (11 + x) = 178 + x^2$$

$$132 + 11x + 12x + x^2 = 178 + x^2 \quad | - x^2 - 132$$

$$23x = 46 \quad | : 23$$

$$x = 2$$

Also ist der ursprüngliche Flächeninhalt 89 + $\frac{2^2}{2}$. Daraus folgt die

Antwort:

Das ursprüngliche Dreieck war 91 cm² groß.

Zwei Summen

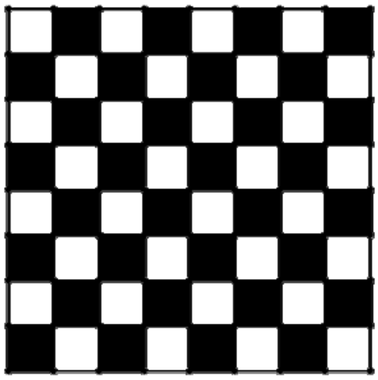
Anna und Adriana dividieren gerne durch 20. Anna sucht alle dreistelligen Zahlen, die bei Division durch 20 den Rest 1 haben. Adriana hingegen sucht alle dreistelligen Zahlen, die bei Division durch 20 den Rest 19 haben. Anna und Adriana rechnen jeweils die Summe aller ihrer Zahlen aus. Um wie viel unterscheiden sich die beiden Summen?

Lösung:

Annas kleinste Zahl ist 101, Adrianas kleinste Zahl ist 119. Die beiden Zahlen unterscheiden sich um 18. Die nächst größeren Zahlen von Anna und Adriana sind 121 und 139; auch sie unterscheiden sich um 18. Dies geht so weiter bis zu den größten Zahlen 981 (Anna) und 999 (Adriana). Wegen (981 – 101) : 20 = 44 hat Anna 45 Zahlen addiert. Da jedes Mal Adrianas Zahl um 18 größer war, beträgt der Unterschied der beiden Summen 18 · 45 = 810.
Daraus folgt die

Antwort:

Die beiden Summen unterscheiden sich um 810.



Außerordentliches Schachbrett

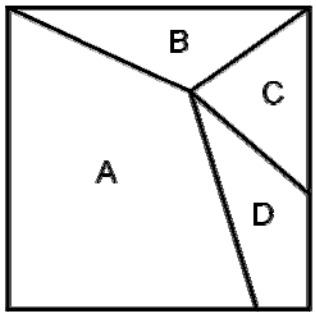
Ein Schachbrett hat 8x8 = 64 Felder und 9x9 = 81 Ecken. Wir betrachten jetzt ein viel größeres „Schachbrett“, mit viel mehr Feldern und Ecken. Jede der beiden Diagonalen geht hier durch 23 Ecken. Wie viele Ecken liegen auf keiner Diagonale?

Lösung:

Beim 8x8 - Schachbrett liegen auf jeder Diagonale 9 Ecken. Da der Mittelpunkt des Schachbretts eine Ecke ist, liegen insgesamt 2 · 9 – 1 = 17 Ecken auf den beiden Diagonalen und daher 64 – 17 = 47 Ecken auf keiner Diagonale.
Wenn bei einem größeren „Schachbrett“ eine Diagonale durch 23 Ecken geht, so hat das „Schachbrett“ 22 · 22 = 484 Felder und 23 · 23 = 529 Ecken. Da auch hier der Mittelpunkt des „Schachbretts“ eine Ecke ist (22 ist gerade), liegen insgesamt 2 · 23 – 1 = 45 Ecken auf den beiden Diagonalen und daher 529 – 45 = 484 Ecken auf keiner Diagonale. Das ergibt die

Antwort:

484 Punkte liegen auf keiner Diagonale.



Flächen ausrechnen

Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von 1001 cm^2. Die Teilflächen B und D decken gemeinsam 299 cm^2 ab. Die Teilflächen B und C sind gleich groß. Um wie viel ist A größer als D?

Lösung:

Aus B + D = 299 und B = C folgt C + D = 299.
Aus A + B + C + D = 1001 und B + D = 299 folgt A + C = 702.
Wenn man von der Summe A + C die Summe C + D subtrahiert, erhält man A – D.
Daher ist A – D = (A + C) – (C + D) = 702 – 299 = 403.
Daraus folgt die

Antwort:

A ist um 403 cm² größer als D.

23. Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb 2013

3. April 2013 - TU Wien

10 mathematische Denksportaufgaben und ihre Lösungen

Kugeln aus dem Sack

In einem Sack befinden sich viele Kugeln. Ein Drittel der Kugeln wird entnommen. Vom Rest der Kugeln wird die Hälfte entnommen. Wenn dann wieder vom Rest noch weitere 21 Kugeln entfernt werden, bleiben 78 Kugeln übrig. Wie viele Kugeln waren zu Beginn im Sack?

Lösung:

Nachdem ein Drittel der Kugeln entnommen wurde, befinden sich noch zwei Drittel der Kugeln im Sack. Entnimmt man davon die Hälfte, so bleibt ein Drittel der ursprünglichen Kugeln im Sack. Die 21 Kugeln, die dann noch entfernt werden, und die 78 Kugeln, die übrig bleiben, sind also zusammen ein Drittel der ursprünglichen Kugeln. $(21 + 78) \cdot 3 = 297$. Daraus folgt die

Antwort:

Zu Beginn waren 297 Kugeln im Sack.

Annas große Zahl

Anna möchte wissen, wie groß die Ziffernsumme der Zahl $4^{58} \cdot 5^{109}$ ist. Kannst du ihr helfen?

Lösung:

$4^{58} \cdot 5^{109} = 2^{58} \cdot 2^{58} \cdot 5^{109} = 2^{116} \cdot 5^{109} = 2^{7} \cdot 2^{109} \cdot 5^{109} = 2^{7} \cdot 10^{109}$.
$2^{7} = 128$. Wenn man diese Zahl mit 10^{109} multipliziert, so hängt man einfach 109 Nullen an, die zur Ziffernsumme nichts beitragen. $1 + 2 + 8 = 11$. Das ergibt die

Antwort:

Die Ziffernsumme dieser Zahl ist 11.

Dreieck und Rechteck

Das Dreieck mit den Seitenlängen 6,2 cm, 8,3 cm und 9,5 cm hat den selben Umfang wie das Rechteck ABCD mit dem Seitenverhältnis 2:1. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks?

Lösung:

Durch Addition der drei Seitenlängen erhält man den Umfang des Dreiecks:
6,2 cm + 8,3 cm + 9,5 cm = 24 cm. Das Rechteck hat daher auch den Umfang 24 cm. Länge und Breite addiert ergibt also 12 cm. Teilt man diese 12 cm im Verhältnis 2 : 1 auf die beiden Seiten auf, so erhält man 8 cm und 4 cm als Länge und Breite. Daraus ergibt sich die

Antwort:

Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt 32 cm².

Prüfungsnoten

Nach einer Prüfung an der Universität beeinspruchen zwei Studenten ihre Noten. Tatsächlich werden die beiden Noten um jeweils einen Grad hinaufgesetzt. Dies verbessert den Mittelwert aller Noten um 0,2. Wie viele Studenten haben an der Prüfung teilgenommen?

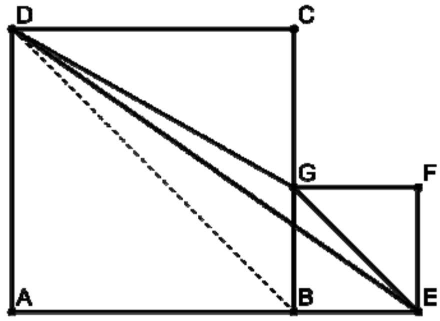
Lösung:

Bekanntlich rechnet man den Mittelwert (m) der Noten aus, indem man die Summe (S) der Noten durch ihre Anzahl (n) dividiert, also S : n = m. Wenn zwei Noten um einen Grad hinaufgesetzt werden, so verringert sich die Summe S um 2. Da dies den Mittelwert m um 0,2 verbessert, gilt (S – 2) : n = m – 0,2. Daher ist 2 : n = 0,2 und n = 10. Daraus folgt die

Antwort:

An der Prüfung haben 10 Studenten teilgenommen.

Zwei Quadrate und ein Dreieck



In der Skizze siehst du zwei Quadrate und ein gefärbtes Dreieck. Die Seitenlänge des kleinen Quadrats ist 12 cm, die Seitenlänge des großen Quadrats ist nicht bekannt.
Berechne den Flächeninhalt des gefärbten Dreiecks DEG!

Lösung:

Die punktierte Linie BD ist eine Diagonale des großen Quadrats und parallel zur Diagonale EG des kleinen Quadrats. Wegen der parallelen Lage von BD und EG hat jeder auf BD liegende Punkt von EG den gleichen Abstand. Daher haben alle Dreiecke mit der Grundlinie EG den gleichen Flächeninhalt, wenn der dritte Eckpunkt auf BD liegt. Also sind die Dreiecke EGD und EGB flächengleich. Das das Dreieck EGB die Hälfte eines Quadrats mit der Seitenlänge 12 cm ist, ergibt sich wegen $12^2 : 2 = 72$ die

Antwort:

Das Dreieck DEG hat den Flächeninhalt 72 cm².

Axels schwierige Rechnung

Axel hat eine schwierige Rechnung vor sich: Er beginnt mit der Zahl 10…00, die aus einem Einser und 31 Nullen besteht. Zuerst subtrahiert er 1, dann multipliziert er mit 4 und dividiert anschließend noch durch 9. Wie groß ist die Ziffernsumme des Ergebnisses?

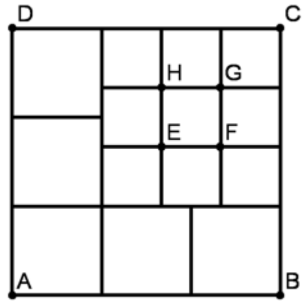
Lösung:

Wenn Axel von der Zahl mit dem Einser und den 31 Nullen 1 subtrahiert, so erhält er eine Zahl, die aus 31 Neunern besteht. Er rechnet nun sehr ungeschickt, wenn er zuerst mit 4 multipliziert und dann durch 9 dividiert. Einfacher ist es natürlich, zuerst durch 9 zu dividieren. Dann erhält er eine Zahl, die aus 31 Einsern besteht. Wenn er diese dann mit 4 multipliziert, erhält er eine Zahl mit 31 Vierern, die also die Ziffernsumme $4 \cdot 31$ hat. Das Vertauschen der Reihenfolge der beiden Rechnungen ändert natürlich nichts am Ergebnis. Also gilt also die

Antwort:

Die Ziffernsumme des Ergebnisses beträgt 124 .

Viele Quadrate



Das Quadrat ABCD hat den Flächeninhalt 1377 cm². Es wurde in 14 Quadrate unterteilt. Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrats EFGH?

Lösung:

Die Seitenlänge der fünf größeren Quadrate beträgt ein Drittel der Seitenlänge von ABCD. Die Fläche jedes dieser Quadrate ist daher ein Neuntel der Fläche von ABCD. Für die restlichen neun Quadrate bleiben daher vier Neuntel der Fläche von ABCD übrig. Die Fläche von EFGH ist somit ein Neuntel von vier Neunteln der Fläche von ABCD, also vier Einundachtzigstel von 1377 cm². 1377 : 81 · 4 = 68. Daraus folgt die

Antwort:

Der Flächeninhalt des Quadrats EFGH ist 68 cm².

Schnur zerschneiden

Eine sehr lange Schnur wird in 103 Teile zerschnitten. Der zweite Teil ist kürzer als der erste, der dritte Teil ist länger als der zweite, der vierte Teil ist kürzer als der dritte usw. Jeder Teil ist entweder um ein Drittel kürzer oder um eineinhalb Drittel länger als der vorhergehende Teil. Der erste Teil ist 11 cm lang. Wie lang war die Schnur?

Lösung:

Statt „eineinhalb Drittel“ kann man auch „die Hälfte“ sagen, weil drei Drittel ein Ganzes sind.
Der zweite Teil ist um ein Drittel kürzer als der erste, also zwei Drittel von 11cm. Der dritte Teil ist um die Hälfte länger als der zweite, also drei Drittel von 11cm, also wieder 11cm, wie der erste Teil. Der vierte Teil ist daher so lang wie der zweite, der fünfte wieder so lang wie der erste, der sechste so lang wie der zweite, der siebente so lang wie der erste usw. Da 103 eine ungerade Zahl ist, ist der 103. Teil so lang wie der erste.
Es gibt also 52 Teile, die 11 cm lang sind, und 51 Teile, die zwei Drittel von 11cm lang sind. Die Gesamtlänge der Schnur ist also $52 \cdot 11$ cm $+ 51 \cdot \frac{2}{3} \cdot 11$ cm $=$ $= 52 \cdot 11$ cm $+ 34 \cdot 11$ cm $= 86 \cdot 11$ cm $= 946$ cm. Das ergibt die

Antwort:

Die Schnur war vor dem Zerschneiden 946 cm lang.

Summe vieler ganzer Zahlen

Zwei Zahlen x und y haben den gleichen Absolutbetrag. Die Zahl x ist um 288 größer als die Zahl y. Wie groß ist die Summe aller ganzen Zahlen, die größer als y und kleiner oder gleich x sind?

Anmerkung: Unter dem Absolutbetrag einer Zahl versteht man ihren Abstand vom Ursprung der Zahlengeraden.

Lösung:

Da die Zahlen x und y den gleichen Absolutbetrag haben, aber verschieden sind, liegen sie auf der Zahlengeraden symmetrisch zum Ursprung. Da der Abstand der beiden Zahlen 288 ist, muss jede Zahl den Abstand 144 vom Ursprung haben, also ist x = 144 und y = -144. Wenn man die in der Angabe verlangte Summe

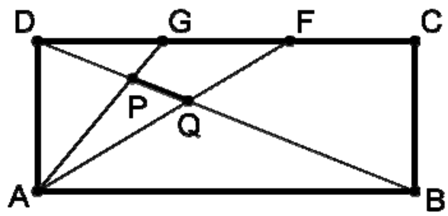
$$(-143) + (-142) + \ldots + (-1) + 0 + 1 + \ldots + 142 + 143 + 144$$

geschickt berechnet, so heben sich die symmetrisch zum Ursprung liegenden Summanden auf, und 144 bleibt über. Daraus ergibt sich die

Antwort:

Die gesuchte Summe beträgt 144.

Strecke auf der Diagonale



In einem Rechteck ABCD sind die Diagonalen 1240 cm lang. Die Seite CD wird durch die Punkte F und G in drei gleich lange Teile CF, FG und GD geteilt.
Wie lang ist die Strecke PQ?

Lösung:

Die Dreiecke ABP und GDP sind ähnlich. Daher gilt DP : BP = GD : AB = 1 : 3. Aus diesem Verhältnis ergibt sich, dass DP ein Viertel der Diagonale BD ist:
DP = 1240 cm : 4 = 310 cm
Auch die Dreiecke ABQ und FDQ sind ähnlich. Daher gilt DQ : BQ = FD : AB = 2 : 3. Aus diesem Verhältnis ergibt sich, dass BQ drei Fünftel der Diagonale BD ist:
BQ = 1240 cm : 5 · 3 = 744 cm
Somit ist PQ = BD – DP – BQ = 1240 cm – 310 cm – 744 cm = 186 cm. Also gilt die

Antwort:

Die Strecke PQ ist 186 cm lang.